Høgskolen i Buskerud. Finn Haugen (finn@techteach.no).

Deleksamen 1 i SEKY3322 Kybernetikk 3

Tid: 6. desember 2007. Varighet 3 timer. Vekt i sluttkarakteren: 30%.

Hjelpemidler: Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler. Kalkulator ikke tillatt.

Kontakt under eksamen: Finn Haugen (faglærer), tlf. 97019215.

Hvis du mener at det mangler forutsetninger for å løse en oppgave, skal du selv definere disse forutsetningene.

---

1. (20% vekt) Parametrene a og b i differenslikningen

$$h(k) + a\sqrt{h(k-1)} = h(k-1) + bu(k-1) \tag{1}$$

skal estimeres vha. minste kvadraters metode. (Differenslikningen kan være modellen for en vanntank med vannivå h med innløpspumpe styrt med pådraget u og med utløp gjennom en ventil.) Anta at det foreligger følgende samplede verdier av variablene h og u:

$$\{h(0), h(1), h(2), h(3), h(4)\} \tag{2}$$

og

$$\{u(0), u(1), u(2), u(3), u(4)\} \tag{3}$$

Skriv opp (den totale) regresjonsmodellen

$$Y = \Phi\theta \tag{4}$$

som danner utgangspunktet for bruk av minste kvadraters metode på dette estimeringsproblemet, men du skal *ikke* beregne estimatet i oppgaven. (Du skal angi vektoren Y, matrisen Φ og vektoren θ.) Regresjonsmodellen skal inneholde kun tilgjengelige sampleverdier.

2. Gitt en motor med følgende antatte matematiske modell:

$$n(s) = \frac{K}{Ts+1}\left[u(s) - L(s)\right] \tag{5}$$

der n er turtall (omdreiningshastighet), u er pådrag, L er ekvivalent lastmoment (representert med samme enhet som pådraget), som kan betraktes som en forstyrrelse, K er forsterkning og T er tidskonstant. K og T har kjente verdier. n måles kontinuerlig.

   (a) (5) Vis at ovennevnte modell tilsvarer følgende differensiallikning:

$$T\dot{n}(t) + n(t) = K[u(t) - L(t)] \tag{6}$$

(b) (20) Skriv opp en tidsdiskret tilstandsrommodell som kan brukes for Kalmanfilter-estimering av n og L. Variable for prosesstøy og måling skal inngå i modellen. (Du skal ikke skrive opp selve Kalmanfilteruttrykkene.)

(c) (10) Bør du bruke aposterioriestimatet eller apriorіestimatet av L i applikasjoner der kjennskap til L forutsettes (som i et reguleringssystem) – hvorfor?

3. (20) Gitt følgende modell av et fartøy (denne modellen inngår i én av prosjektoppgavene i vår-delen av dette emnet):

$$
\begin{aligned}
x_1(k+1) &= x_1(k) + hx_2(k) \\
x_2(k+1) &= x_2(k) + \tfrac{h}{M}\left\{-D\left|x_2(k) - x_3(k)\right|\left[x_2(k) - x_3(k)\right]\right\} \\
&\quad + F_v(k) + F_t(k) \\
x_3(k+1) &= x_3(k)
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Alle parametre antas kjente. (x_1 er posisjon. x_2 er hastighet. x_3 er vannstrøm. F_v er kjent (beregnet) vindkraft. F_t er thrusterkraft (propellkraft). Uttrykket der D inngår som en faktor, representerer hydrodynamisk kraft fra vannet på fartøyet.) Alle tilstandene i modellen skal estimeres. Tilstand x_1 måles. Skriv opp Kalmanfilterlikningene i detalj (ikke på matrise-vektor-form, men som et antall skalare likninger) for beregning av tilstandsestimatene. Du skal *ikke* skrive opp likningene for beregning av Kalmanfilterforsterkningen.

Oppgitt: Kalmanfilterlikningene:

$$e(k) = y(k) - g\left[\bar{x}(k)\right] \tag{8}$$

$$\hat{x}(k) = \bar{x}(k) + Ke(k) \tag{9}$$

$$\bar{x}(k+1) = f[\hat{x}(k), u(k), ...] \tag{10}$$

4. (15) Skriv følgende modell som en tilstandsrommodell på matrise-vektor-form:

$$x_1(k+1) = -0,5x_1(k) \tag{11}$$

$$x_2(k+1) = 2u(k) - x_2(k) - 3x_1(k) \tag{12}$$

$$y(k) = x_2(k) + 4u(k) \tag{13}$$

5. (10) Anta at du har estimert en transferfunksjon for et fysisk system, f.eks. en motor, ut fra loggede tidsserier av pådrag og måling. Beskriv en god måte å utføre modellvalideringen på.