Høgskolen i Buskerud. Finn Haugen (finn.haugen@hibu.no).

Eksamen i SEKY3322 Kybernetikk 3

Tid: 27. mai 2009. Varighet 5 timer. Vekt i sluttkarakteren: 70%

Hjelpemidler: Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler. Kalkulator ikke tillatt.

Bakerst i oppgavesettet er det en formelsamling.

Kontakt under eksamen: Finn Haugen (faglærer), tlf. 97019215.

Hvis du mener at det mangler forutsetninger for å løse en oppgave, skal du selv definere disse forutsetningene.

---

1. (10 % vekt) Gi et (gjerne fiktivt) eksempel på en problemstilling som kan løses vha. minste kvadraters metode.

2. (10) Hva kan du bruke et Kalman-filter til?

3. (5) Hvilke parametre er det aktuelt å justere på i et Kalman-filter for å få estimeringen til å forløpe tilfredsstillende? Beskriv kort fordel og ulemper ved justeringene (dvs. ved økning/reduksjon).

4. (5) Skriv opp et vilkårlig eksempel på en lineær tidsdiskret tilstandsrommodell med 2 tilstander, 2 pådrag og 2 utganger. Skriv modellen på matrise-vektorform.

5. (15) Gitt en prosess med 2 tilstandsvariable, x_1 og x_2, og ett pådrag, u. Tilstand x_1 skal reguleres. Referansen er r. Tegn et blokkdiagram som viser strukturen av reguleringssystemet når regulatoren implementerer LQ-regulering med integralvirkning. (Blokkdiagrammet skal vise regulatoren i detalj. Integratoren kan representeres med en integratorblokk.)

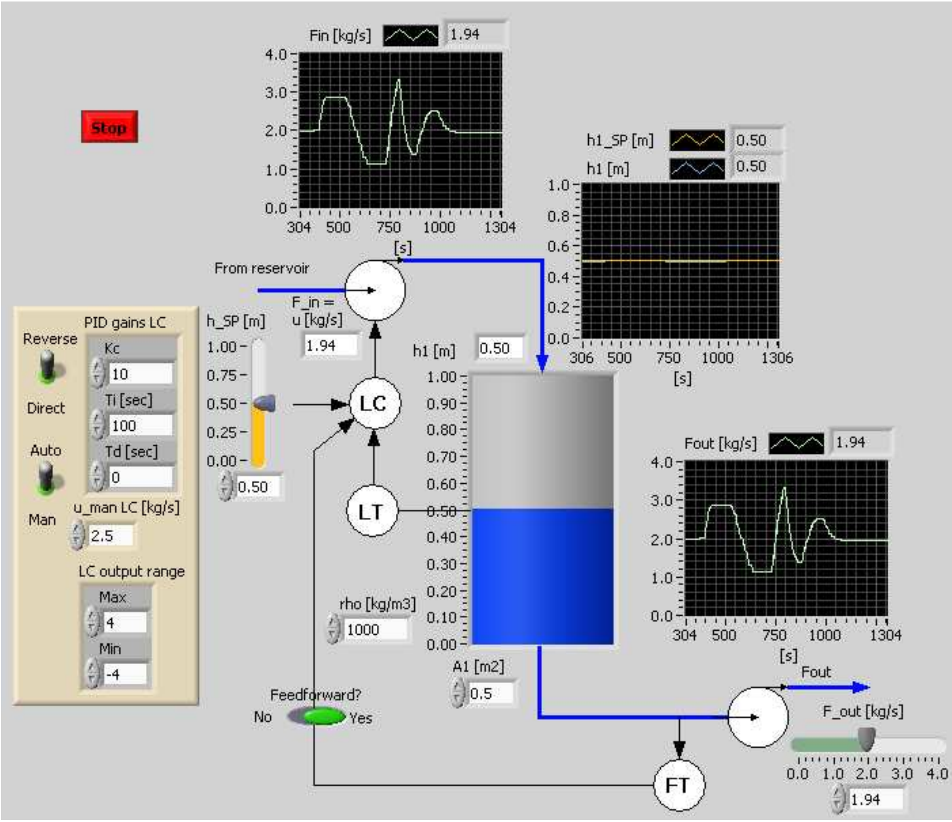
6. (15) Beskriv prinsippet for MPC (Model-based Predictive Control).

7. (15) Figur 1 viser en væsketank som skal nivåreguleres. En matematisk modell basert på massebalanse for væsken er

$$\rho A\dot{h}(t) = F_{in}(t) - F_{out}(t) \tag{1}$$

   der h [m] er nivå, F_{in} [kg^3/s] er innstrømning, F_{out} [kg/s] er utstrømning, A [m^2] er tverrsnittsareal, ρ [kg/m^3] er væsketettheten. F_{in} er lik nivåregulatorens pådragssignal u mht. tallverdi. Utstrømningen utgjør en forstyrrelse på nivået.

   Utled en foroverkoplingsfunksjon ut fra prosessmodellen. Anta at nivåsettpunktet (-referansen) er h_{SP}.



Figur 1:

8. Gitt følgende prosessmodell:

$$\dot{x} = -D|x|x + L + Ku\sqrt{p} \tag{2}$$

x skal reguleres. Referansen er r. D , K og p er modellparametre. L er en forstyrrelse. u er pådrag.

   (a) (15) Finn regulatorfunksjonen basert på feedback linearization (norsk: lineariserende tilbakekopling eller ulineær dekopling) for denne prosessen. Hvilke størrelser i prosessmodellen må være kjente til enhver tid for at regulatorfunksjonen skal kunne realiseres?

   (b) (5) Reguleringssystemets tidskonstant skal være T_1. Finn regulatorparametrene for den interne PI-regulatoren.

9. (5) Hvordan kan du sjekke om en modellbasert regulator er robust overfor modellfeil, selv om du ikke har noen fysisk prosess å teste reguleringssystemet mot?

Formelliste for eksamen i SEKY3322 Kybernetikk 3

På eksamen må du selv velge hvilke(n) av formlene som er aktuelle i den enkelte oppgave.

$$\dot{x}(t_k) \approx \frac{x(t_{k+1}) - x(t_k)}{h} \tag{3}$$

$$\dot{x}(t_k) \approx \frac{x(t_k) - x(t_{k-1})}{h} \tag{4}$$

$$u(t) = u_0 + K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e \, d\tau + K_p T_d \dot{e}_f(t) \tag{5}$$

$$x(k+1) = f[x(k),\ u(k)] \tag{6}$$

$$y(k) = g[x(k),\ u(k)] \tag{7}$$

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \tag{8}$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \tag{9}$$

$$A = \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \right|_{\mathrm{op}} = \left. \frac{\partial f}{\partial x^T} \right|_{\mathrm{op}} \tag{10}$$

$$B = \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \end{bmatrix} \right|_{\mathrm{op}} = \left. \frac{\partial f}{\partial u^T} \right|_{\mathrm{op}} \tag{11}$$

$$C = \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \right|_{\mathrm{op}} = \left. \frac{\partial g}{\partial x^T} \right|_{\mathrm{op}} \tag{12}$$

$$D = \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \frac{\partial g_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial g_2}{\partial u_1} & \frac{\partial g_2}{\partial u_2} \end{bmatrix} \right|_{\mathrm{op}} = \left. \frac{\partial g}{\partial u^T} \right|_{\mathrm{op}} \tag{13}$$

$$\mathcal{Z}\{y(k)\} = \sum_{k=0}^{\infty} y(k) z^{-k} \tag{14}$$

$$k_1 y_1(z) + k_2 y_2(z) \Longleftrightarrow k_1 y_1(k) + k_2 y_2(k) \tag{15}$$

$$z^{-n} y(z) \Longleftrightarrow y(k-n) \tag{16}$$

$$z^n y(z) \Longleftrightarrow y(k+n) \tag{17}$$

$$\text{Unity step at time-step } k=0\text{: } 1 \iff \frac{z}{z-1} \tag{18}$$

$$H_s = \frac{y_s}{u_s} = \lim_{z\to 1} H(z) = H(1) \tag{19}$$

$$L(z) = H_c(z)\underbrace{H_u(z)H_s(z)}_{H_p(z)} = H_c(z)H_p(z) \tag{20}$$

$$T(z) = \frac{L(z)}{1+L(z)} = \frac{\frac{n_L(z)}{d_L(z)}}{1+\frac{n_L(z)}{d_L(z)}} = \frac{n_L(z)}{d_L(z)+n_L(z)} \tag{21}$$

$$m_x = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} x(k) \tag{22}$$

$$\mathrm{Var}(x) = \frac{1}{N-1}\sum_{k=0}^{N-1} [x(k)-m_x]^2 \tag{23}$$

$$\sigma = \sqrt{\mathrm{Var}(x)} \tag{24}$$

$$R_x(L) = E\{[x(k+L)-m_x][x(k)-m_x]\} \tag{25}$$

$$R_{xy}(L) = E\{[x(k+L)-m_x][y(k)-m_y]\} \tag{26}$$

$$\delta(L) = \begin{cases} 1 \text{ when } L=0 \\ 0 \text{ when } L\neq 0 \end{cases} \tag{27}$$

$$m_y = Gm_v + C \tag{28}$$

$$\sigma_y^2 = G^2\sigma_v^2 \tag{29}$$

$$y = \Phi\theta \tag{30}$$

$$\theta_{\mathrm{LS}} = (\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T y \tag{31}$$

$$\dot{x}_k \approx \frac{\frac{x_{k+1}-x_k}{h} + \frac{x_k - x_{k-1}}{h}}{2} = \frac{x_{k+1}-x_{k-1}}{2h} \tag{32}$$

$$M_{\mathrm{obs}} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \tag{33}$$

$$x(k+1) = f[x(k),\, u(k)] + Gw(k) \tag{34}$$

$$y(k) = g[x(k),\, u(k)] + Hw(k) + v(k) \tag{35}$$

$$R_w(L) = Q\delta(L) \tag{36}$$

$$R_v(L) = R\delta(L) \tag{37}$$

$$y_p(k) = g\left[x_p(k)\right] \tag{38}$$

$$e(k) = y(k) - y_p(k) \tag{39}$$

$$x_c(k) = x_p(k) + Ke(k) \tag{40}$$

$$x_p(k+1) = f[x_c(k),\, u(k)] \tag{41}$$

$$\dot{x} = f + Bu \tag{42}$$

$$\ddot{x} = f + Bu \tag{43}$$

$$T(s) = \frac{y_{mf}(s)}{y_{m_{SP}}(s)} = \frac{1}{T_C s + 1} e^{-\tau s} \tag{44}$$

$H(s)$	K_p	T_i	T_d
$\frac{K}{s} e^{-\tau s}$	$\frac{1}{K(T_C+\tau)}$	$k_1\left(T_C + \tau\right)$	0
$\frac{K}{Ts+1} e^{-\tau s}$	$\frac{T}{K(T_C+\tau)}$	$\min\left[T,\, k_1\left(T_C + \tau\right)\right]$	0
$\frac{K}{(Ts+1)s} e^{-\tau s}$	$\frac{1}{K(T_C+\tau)}$	$k_1\left(T_C + \tau\right)$	T
$\frac{K}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)} e^{-\tau s}$	$\frac{T_1}{K(T_C+\tau)}$	$\min\left[T_1,\, k_1\left(T_C + \tau\right)\right]$	T_2
$\frac{K}{s^2} e^{-\tau s}$	$\frac{1}{4K(T_C+\tau)^2}$	$4\left(T_C + \tau\right)$	$4\left(T_C + \tau\right)$

$$u = B^{-1}\left(K_p e + K_i \int_0^t e d\tau + \dot{r}_{y_f} - f\right) \tag{45}$$

$$u = B^{-1}\left(K_p e + K_i \int_0^t e d\tau + K_d \frac{de_f}{dt} + \ddot{r}_{y_f} - f\right) \tag{46}$$

$$K_{p_p} = K_{p_s}\left(1 + \frac{T_{d_s}}{T_{i_s}}\right) \tag{47}$$

$$T_{i_p} = T_{i_s}\left(1 + \frac{T_{d_s}}{T_{i_s}}\right) \tag{48}$$

$$T_{d_p} = T_{d_s} \frac{1}{1 + \frac{T_{d_s}}{T_{i_s}}} \tag{49}$$

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + G_w w(k) \tag{50}$$

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \left[x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k) + 2x^T(k) N u(k)\right] \tag{51}$$

$$u(k) = -G(k) x(k) \tag{52}$$

$$M_{\text{control}} = \left[B \vdots AB \vdots A^2 B \vdots \cdots \vdots A^{n-1} B\right] \tag{53}$$

$$
\begin{aligned}
J &= \sum_{i=N_w}^{N_p} \left[\hat{y}(t_{k+i}|t_k) - r(t_{k+i}|t_k)\right]^T Q \left[\hat{y}(t_{k+i}|t_k) - r(t_{k+i}|t_k)\right] &(54)\\
&+ \sum_{i=1}^{N_c-1} \left[\Delta u(t_{k+i}|t_k)\right]^T R \left[\Delta u(t_{k+i}|t_k)\right] &(55)\\
&+ \sum_{i=N_w}^{N_p} \left[u(t_{k+i}|t_k) - s(t_{k+i}|t_k)\right]^T N \left[u(t_{k+i}|t_k) - s(t_{k+i}|t_k)\right] &(56)
\end{aligned}
$$