Høgskolen i Buskerud. Finn Haugen (finn@techteach.no).

Løsning til deleksamen 1 i SEKY3322 Kybernetikk 3

Eksamensdato: 6. desember 2007. Varighet 3 timer. Vekt i sluttkarakteren: 30%.

Hjelpemidler: Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler. Kalkulator ikke tillatt.

---

1. (20% vekt) Skriver først modellen på standard regresjonsform:

$$h(k) - h(k-1) = \begin{bmatrix} -\sqrt{h(k-1)} & u(k-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \tag{1}$$

   Den totale modellen blir

$$\underline{\underline{\underbrace{\begin{bmatrix} h(1)-h(0) \\ h(2)-h(1) \\ h(3)-h(2) \\ h(4)-h(3) \end{bmatrix}}_{Y} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\sqrt{h(0)} & u(0) \\ -\sqrt{h(1)} & u(1) \\ -\sqrt{h(2)} & u(2) \\ -\sqrt{h(3)} & u(3) \end{bmatrix}}_{\Phi} \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}}_{\theta}}} \tag{2}$$

2. (a) (5) Kryssmultiplisering med $Ts+1$ gir

$$(Ts+1)\, n(s) = Tsn(s) + n(s) = K\,[u(s) - L(s)] \tag{3}$$

   Multiplikasjon med s tilsvarer tidsderivasjon.
   Invers-Laplacetransformasjon gir da

$$\underline{\underline{T\dot{n}(t) + n(t) = K[u(t) - L(t)]}} \tag{4}$$

   (b) (20) Innfører $x_1 = n$ og $x_2 = L$ og $y = x_1 = n$.
   Differensiallikningen kan da uttrykkes som

$$T\dot{x}_1(t) + x_1(t) = K[u(t) - x_2(t)] \tag{5}$$

   eller

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{1}{T}x_1(t) + \frac{K}{T}[u(t) - x_2(t)] \tag{6}$$

   Antar dessuten at $x_2 = L$ er langsomt varierende eller nesten konstant:

$$\dot{x}_2(t) = 0 \tag{7}$$

   Målelikningen blir

$$y(t) = x_1(t) \tag{8}$$

Diskretisering med Eulers forovermetode gir

$$\frac{x_1(k+1) - x_1(k)}{h} = -\frac{1}{T}x_1(k) + \frac{K}{T}[u(k) - x_2(k)] \tag{9}$$

$$\frac{x_2(k+1) - x_2(k)}{h} = 0 \tag{10}$$

Den tidsdiskrete tilstandsrommodellen blir, med prosessforstyrrelser og målestøy inkludert,

$$x_1(k+1) = x_1(k) - \frac{h}{T}x_1(k) + \frac{hK}{T}[u(k) - x_2(k)] + v_1(k) \tag{11}$$

$$x_2(k+1) = x_2(k) + v_2(k) \tag{12}$$

$$y(k) = x_1(x) + w(k) \tag{13}$$

(c) (10) Du bør bruke $\underline{\underline{\text{aposterioriestimatet}}}$ siden dette estimatet er basert på den nyligst tilgjengelige informasjon om prosessens faktiske tilstand (målingen).

3. (20) Innovasjonsprosessen ($x_1(k)$ er måling):

$$y(k) = x_1(k) \tag{14}$$

Aposterioriestimatene:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1(k+1) &= \hat{x}_1(k) + K_{11}e(k) \\ \bar{x}_2(k+1) &= \hat{x}_2(k) + K_{21}e(k) \\ \bar{x}_3(k+1) &= \hat{x}_3(k) + K_{31}e(k) \end{aligned} \tag{15}$$

Aprioriestimatene:

$$\begin{aligned} \hat{x}_1(k+1) &= \bar{x}_1(k) + h\bar{x}_2(k) \\ \hat{x}_2(k+1) &= \bar{x}_2(k) + \tfrac{h}{M}\left\{-D\left|\bar{x}_2(k) - \bar{x}_3(k)\right|\left[\bar{x}_2(k) - \bar{x}_3(k)\right]\right\} \\ &\quad +F_v(k) + F_t(k) \\ \hat{x}_3(k+1) &= \bar{x}_3(k) \end{aligned} \tag{16}$$

4. (15)

$$\underline{\underline{\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0,5 & 0 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}}_{B} u(k)}} \tag{17}$$

$$\underline{\underline{y(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{D} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \underbrace{[4]}_{E} u(k)}} \tag{18}$$

5. (10) Det fysiske systemet og simulatoren påtrykkes samme pådragssignal, som skal være forskjellig fra signalet (sekvensen) som ble benyttet ved modellestimeringen. Dersom den virkelige målingen og den simulerte målingen er ganske like, kan vi konkludere at modellen er god (nøyaktig).