

# Innhold

<b>1</b>	<b>Innledning</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>Matematisk modellering</b>	<b>13</b>
2.1	Innledning . . . . .	13
2.2	Utvikling av dynamiske modeller . . . . .	14
2.2.1	Framgangsmåte for matematisk modellering . . . . .	14
2.2.2	Modellering av massesystemer. Modellbegreper . . . . .	15
2.2.3	Modellering av termiske systemer . . . . .	23
2.2.4	Modellering av bevegelsessystemer . . . . .	27
2.2.5	Modellering av elektriske systemer . . . . .	33
2.2.6	Modellering av elektromekanisk system (likestrømsmotor) . . . . .	38
2.3	Utvikling av statiske modeller . . . . .	46
<b>3</b>	<b>Modellformer og responsberegning</b>	<b>51</b>
3.1	Innledning . . . . .	51
3.2	Differensiallikningsmodeller . . . . .	52
3.2.1	Klassifisering av differensiallikninger . . . . .	52
3.2.2	Tilstandsrommodeller . . . . .	54

3.2.3	Blokkdiagram for differensiallikningsmodeller . . . . .	58
3.2.4	Analytisk beregning av tidsresponser for differensiallikningsmodeller . . . . .	63
3.2.5	Beregning av statisk respons . . . . .	66
3.2.6	Numerisk beregning av tidsresponser for differensiallikningsmodeller . . . . .	67
3.2.7	Simuleringsverktøy for differensiallikningsmodeller . . . . .	75
3.2.8	Linearisering av ulineære modeller . . . . .	75
3.3	Transferfunksjoner . . . . .	79
3.3.1	Innledning . . . . .	79
3.3.2	Definisjon av transferfunksjonen . . . . .	80
3.3.3	Karakterisering av transferfunksjoner . . . . .	82
3.3.4	Transferfunksjoner for modeller med flere enn én inngangsvariabel . . . . .	82
3.3.5	Transferfunksjoner for tilstandsrommodeller . . . . .	84
3.3.6	Transferfunksjonsmatrise for multivariable modeller . . . . .	87
3.3.7	Blokkdiagrammer for transferfunksjonsmodeller . . . . .	88
3.3.8	Blokkdiagrammanipulering . . . . .	92
3.3.9	Analytisk beregning av tidsresponser for transferfunksjoner . . . . .	95
3.3.10	Beregning av statisk tidsrespons med sluttverditeoremet . . . . .	98
3.3.11	Numerisk beregning av tidsresponser for transferfunksjonsmodeller . . . . .	101
3.3.12	Simuleringsverktøy for transferfunksjonsmodeller . . . . .	103
<b>4</b>	<b>Standard transferfunksjoner og dynamikk</b>	<b>105</b>
4.1	Innledning . . . . .	105

<i>Dynamiske systemer</i>	3
4.2 Forsterker . . . . .	105
4.3 Integrator . . . . .	106
4.4 1. ordens systemer . . . . .	109
4.5 2. ordens systemer . . . . .	114
4.5.1 Transferfunksjonsmodell . . . . .	114
4.5.2 Klassifisering av 2. ordens systemer . . . . .	115
4.6 Systemer med tidsforsinkelse . . . . .	124
4.7 Systemer med nullpunkter . . . . .	128
<b>5 Frekvensrespons</b>	<b>133</b>
5.1 Innledning . . . . .	133
5.2 Hva er frekvensrespons? . . . . .	134
5.3 Hvordan finne frekvensresponsen fra eksperimenter . . . . .	137
5.3.1 Korrelasjonsmetoden . . . . .	137
5.3.2 Fouriertransformasjon . . . . .	139
5.3.3 Frekvensrespons fra estimert transferfunksjonsmodell .	140
5.4 Transferfunksjonsbasert frekvensrespons . . . . .	140
5.4.1 Hvordan beregne frekvensresponsen fra transferfunksjo- nen . . . . .	140
5.4.2 Resulterende frekvensrespons for multipliserte trans- ferfunksjoner . . . . .	145
5.4.3 Verktøy for transferfunksjonsbasert frekvensrespons .	147
5.5 Anvendelse av frekvensrespons: Filtere . . . . .	147
5.5.1 Innledning . . . . .	147
5.5.2 Lavpassfiltere . . . . .	150

5.5.3	Utvikling av andre typer filterfunksjoner med frekvens- stransformasjon . . . . .	154
5.5.4	Utvikling av tidsdiskrete filtre . . . . .	156
5.6	Anvendelse av frekvensrespons: Analyse av reguleringsystemer	158
<b>6</b>	<b>Stabilitetsanalyse</b>	<b>161</b>
6.1	Innledning . . . . .	161
6.2	Impulsrespons og stabilitetsegenskaper . . . . .	162
6.3	Bruk av sprangrespons i stedet for impulsrespons . . . . .	164
6.4	Stabilitetsegenskaper og poler . . . . .	165
6.5	Stabilitetsegenskaper for tilstandsrommodeller . . . . .	174
6.6	Intern stabilitet . . . . .	175
6.7	Verktøy for stabilitetsanalyse . . . . .	177
<b>7</b>	<b>Estimering av modellparametre</b>	<b>179</b>
7.1	Innledning . . . . .	179
7.2	Parameterestimering med minste kvadraters metode . . . . .	181
7.2.1	Prinsippet for minste kvadraters metode . . . . .	181
7.2.2	Det generelle tilfellet . . . . .	183
7.3	Estimering av parametre i dynamiske modeller . . . . .	188
7.3.1	Modellformer . . . . .	188
7.3.2	Gunstige eksitasjonssignaler . . . . .	191
7.3.3	Er estimatet brukbart? . . . . .	195
<b>A</b>	<b>Komplekse tall</b>	<b>197</b>
A.1	Definisjoner . . . . .	197

<i>Dynamiske systemer</i>	5
A.2 Sammenhenger mellom kartesisk og polar formen . . . . .	198
A.3 Noen regneregler og identiteter . . . . .	199
<b>B Laplacetransformasjonen</b>	<b>201</b>
B.1 Egenskaper ved Laplacetransformasjonen . . . . .	201
B.2 Transformasjonspar . . . . .	202
<b>C Matriser og vektorer</b>	<b>205</b>
C.1 Definisjon . . . . .	205
C.2 Den transponerte . . . . .	206
C.3 Addisjon og multiplikasjon . . . . .	206
C.4 Determinant . . . . .	206
C.5 Den inverse og den adjungerte . . . . .	208
C.6 Diagonalmatriser og identitetsmatriser . . . . .	208
C.7 Rang . . . . .	209
C.8 Egenverdier og egenvektorer . . . . .	209