

# EKSAMENSFORSIDE

## Skriftlig eksamen med tilsyn

Emnekode: EK3114	Emnenavn: Automatisering og vannkraftregulering	
Dato: Porsgrunn	Tid fra / til: 24. november 2017. Kl. 09:00 - 14:00	Ant. timer: 5
Ansv. faglærer: Finn Aakre Haugen		
Campus: Porsgrunn	Fakultet: Fakultet for teknologi, naturvitenskap og maritime fag	
Antall oppgaver: 10	Antall vedlegg: 1 (12 sider)	Ant. sider inkl. forside og vedlegg: 17
Tillatte hjelpemidler: Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler. Kalkulator er ikke tillatt. Hvis du ikke kan regne ut sluttsvaret for hånd, er det godt nok som svar at du setter opp uttrykket som kan beregnes med kalkulator dersom du hadde hatt en.		
Opplysninger om vedlegg: Vedlagt oppgavesettet er informasjon som kan være aktuell ved løsning av enkelte av oppgavene.		
Merknader: Hvis du mener at det mangler forutsetninger for å løse en oppgave, skal du selv definere passende forutsetninger og angi dem i besvarelsen, slik at du allikevel kan løse oppgaven. Læreren oppsøker normalt ikke eksamenslokalet. Du kan ikke kalle på læreren for å få hjelp til å tolke eller forstå oppgaven. %-tallet ved hver oppgave angir oppgavens vekt ved sensur.		

Kryss av for type eksamenspapir

Ruter

Linjer

**Oppgave 1 (10%)**

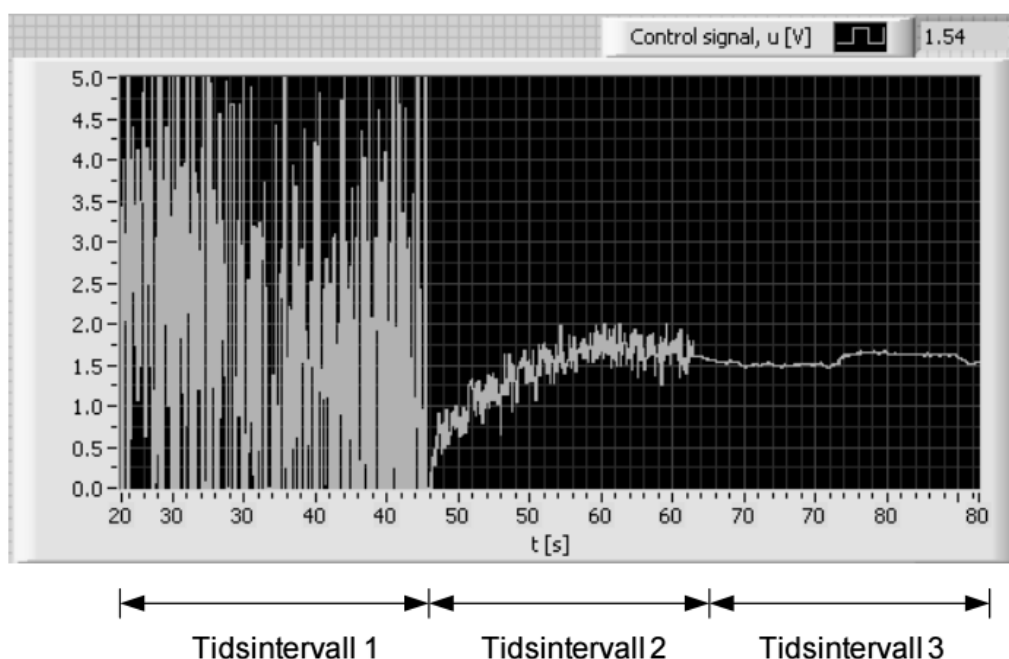
Skissér for hånd den prinsipielle sprangresponsen i  $y$  for hvert av følgende to dynamiske systemer. Du kan anta at det er et sprang med amplitude  $U$  på systemenes inngang. Angi hvordan de oppgitte parametrene framkommer i sprangresponsen.

**a** (5%). System med tidskonstant  $T$ , forsterkning  $K$  og tidsforsinkelse  $\tau$ .

**b** (5%). Integrator med integratorforsterkning  $K_i$ .

**Oppgave 2 (5%)**

Figur 1 viser pådragssignalet til varmeelementet i et temperaturreguleringssystem for en varmluftprosess. Nederst i figur 1 er tre ulike tidsintervaller angitt.

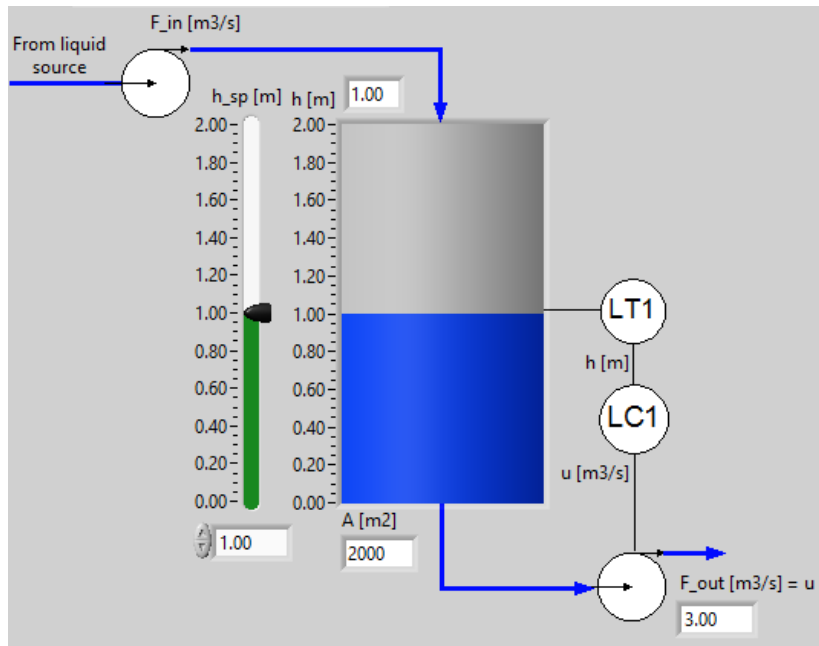


Figur 1

For hvert av de tre tidsintervallene: Angi, med kort begrunnelse, hvilken av følgende tre regulatorer som er i bruk. (1) PID-regulator med målefilter. (2) PI-regulator med målefilter. (3) PID-regulator uten målefilter. Svar uten begrunnelse honoreres ikke.

**Oppgave 3 (25%)**

Figur 2 viser et nivåreguleringssystem for en væsketank.



Figur 2

a (3%) Vis at en matematisk, dynamisk prosessmodell for nivået i tanken er

$$A \frac{dh}{dt} = F_{in} - F_{out}$$

Anta at regulatoren er en P-regulator:

$$u = K_p e = K_p (h_{sp} - h)$$

der  $u$  [m<sup>3</sup>/s] er pådrag og  $e$  [m] er reguleringsavvik. Anta  $F_{out} = u$ . Ved å kombinere regulatorfunksjonen med prosessmodellen, dvs. ved å sette  $u$  som gitt ovenfor, inn for  $F_{out}$  i prosessmodellen, får vi reguleringsystemets modell:

$$A \frac{dh}{dt} = F_{in} - K_p (h_{sp} - h)$$

b (5%) Anta statiske forhold, dvs. at alle variable har konstante verdier. Uttrykk den statiske nivåverdien,  $h_s$ , som funksjon av nivåsettpunktet  $h_{sp}$  og innstrømmen  $F_{in}$ .

c (5%) Generelt kalles transferfunksjonen fra settpunkt til nivå for et reguleringsystem for følgeforholdet, symbolisert med f.eks.  $M(s)$ . Vis at følgeforholdet for nivåreguleringsystemet er

$$M(s) = \frac{h(s)}{h_{sp}(s)} = \frac{-K_p}{As - K_p}$$

d (5%) Finn, med utgangspunkt i  $M(s)$ , reguleringsystemets tidskonstant,  $T_c$ . (Oppgitt: Standardtransferfunksjonen for et tidskonstantsystem er  $K/(Ts+1)$ .)

e (3%) Vis at reguleringsystemets pol er

$$p = K_p/A$$

f (4%) Skal  $K_p$  ha en positiv verdi (reversvirkning i regulatoren) eller en negativ verdi (direktevirkning i regulatoren) for at reguleringsystemet skal være stabilt? Begrunn svaret.

**Oppgave 4 (10%)**

**a** (7%) Tegn et blokkdiagram av et generelt reguleringsystem som består av både tilbakekopling og foroverkopling. Forklar systemets virkemåte.

**b** (3%) Nevn tre eksempler på prosessforstyrrelser som det kan være fordelaktig å foroverkople fra (eksempelene kan være fra forskjellige anvendelser).

**Oppgave 5 (5%)**

En PI-regulator for en gitt prosess skal stilles inn med Skogestads metode. Når prosessen påtrykkes et sprang med amplitude 20%, viser responsen i prosessmålingen først en tidsforsinkelse på 1 min. Deretter (etter tidsforsinkelsen) stiger responsen som en rampe med stigningstall 10 %/min. Still inn regulatoren.

**Oppgave 6 (5%)**

Gitt en prosess som blir regulert av en P-regulator med forsterkning 1,0. Systemets prosessvariabel (utgangsvariabel) svinger da periodisk med periodetid 12 minutter. Still inn en PI-regulator for prosessen med Ziegler-Nichols' metode og med Relaxed Ziegler-Nichols' metode.

Anta at det viser seg at reguleringsystemet får for dårlig stabilitet etter regulatorinnstillingen. Hvordan kan du enkelt etterjustere regulatoren for å prøve å forbedre stabiliteten?

**Oppgave 7 (5%)**

For hver av følgende tre prosessvariable, nevnto forskjellige typer sensorer som kan brukes for måling av prosessvariabelen: (1) Temperatur. (2) Væskestrøm (-flow). (3) Nivå. (Du skal altså navngi totalt 6 sensorer. Det er ikke nødvendig å beskrive sensorenes konstruksjon og virkemåte.)

**Oppgave 8 (5%)**

Gitt et varmeelementet som styres med en pulsbreddemodulator med periodetid lik 0,5 s. Når pulsbreddemodulatoren er i på-tilstand, er nettspenningen tilkopleet varmeelementet, og elementet leverer da 1 kW. Når modulatoreen er i av-tilstand, leverer elementet null effekt. Anta at varmeelementet skal styres slik at det leverer 400 W (konstant).

Hvor stor er pulsbreddemodulatorens duty cycle? Hvor lang tid er pulsbreddemodulatoren i på-tilstand?

Begrepet 'beregnet' i oppgavene 9 og 10 nedenfor betyr: Bruk formlene så langt som mulig og sett inn tallverdier og vis hvilken benevning svaret resulterer i.

**Oppgave 9 (10%)**

Et kraftverk har midlere fallhøyde 106 m og en fullastvannføring på 2,4 m<sup>3</sup>/s. Tilløpsrøret er 900 m og har en indre diameter på 1 m og et areal på ca. 0,8 m<sup>2</sup>. Manningtall = 90 og  $1/R^{4/3} \approx 6$ . Det antas at midlere energiekvivalent  $E = 0,25 \text{ kWh/m}^3$ , midlere effekt over driftstid 8000 h/år er 1,5 MW og produksjonen for anlegget er da ca. 12 GWh/år. Midlere tilsig for anlegget er 60 mill. m<sup>3</sup>/år. Virkningsgrad for generator og transformator i kraftverket kan antas ca. 97 %, og turbinen ved fullast ca. 92 %. Dersom du vil regne ut tallsvar kan du benytte  $\eta_g \approx 9,0$ .

a) (2%) Beregn falltap i tilløpsrøret ved fullastvannføring.

- b) (2%) Beskriv de ulike størrelser som benyttes i uttrykket for aktiv effekt i et vannkraftverk inkludert hvilke enheter (W, m, kg etc.) som benyttes.
- c) (3%) Beregn maksimal effekt for aggregatet levert nettet ved midlere fallhøyde.
- d) (3%) Beregn midlere vannforbruk for produksjonen på 12 GWh og tilsvarende flomtapet i midlere år.

### Oppgave 10 (20%)

Frekvensregulering. En har et vannkraftaggregat med merkeeffekt 50 MW i stabil separat drift (øydriфт) uten regulator ved 50 Hz (frekvensregulator er avslått). Aggregatet har en akselerasjonstid  $T_a = 10$  s. Det oppstår et lastpåslag på 2,5 MW som står på i 20 s. Aggregatet har merketurtall 500 o/min (som tilsvarer en vinkelfrekvens på ca. 50 rad/s) og lasta før påslaget er 25 MW.

- a) (2%) Beregn massetrehetsmomentet  $J$  [kg/m<sup>2</sup>] for aggregatet.
- b) (2%) Beregn merkemoment for turbinen.
- c) (2%) Beregn kinetisk energi for aggregatet i stabil drift før lastpåslaget.
- d) (2%) Beregn kinetisk energi for aggregatet i stabil drift etter at lastendringen er fjernet.
- e) (3%) Beregn relativ frekvens  $f_1 / f_0$  ut fra c og d over.

En slår på frekvensregulatoren for aggregatet og statikken er innstilt på 10 % og maskinen blir tilknyttet et samkjøringsnett hvor det oppstår et frekvensfall på 0,1 Hz. Det samkjørende nettet har en total regulerstyrke på 100 MW/Hz før 'vårt' aggregat kobles til.

- f) (3%) Hva kan et slikt frekvensfall skyldes?
- g) (3%) Beregn effektendringen for 'vårt' aggregat ved denne frekvensendringen.
- h) (3%) Beregn resulterende regulerstyrke i samkjøringsnettet inkludert 'vårt' aggregat.

# Formelliste (identisk med formellisten i Reguleringssteknikk, 2. utgave)

$$e = y_{SP} - y \quad (\text{C.1})$$

$$\text{IAE} = \int_{t_{\text{start}}}^{t_{\text{slutt}}} |e(t)| dt \approx T_s \sum_{t_1=t_{\text{start}}}^{t_N=t_{\text{slutt}}} |e(t_k)| \quad (\text{C.2})$$

$$F_{2SP} = KF_1 \quad (\text{C.3})$$

$$y_d = \frac{b_{n-1}2^{n-1} + \dots + b_12^1 + b_02^0}{2^n - 1} (y_{a_{\text{maks}}} - y_{a_{\text{min}}}) + y_{a_{\text{min}}} \quad (\text{C.4})$$

$$R = \frac{y_{a_{\text{maks}}} - y_{a_{\text{min}}}}{2^n - 1} \quad (\text{C.5})$$

$$P = \frac{P_2 - P_1}{M_2 - M_1} (M - M_1) + P_1 \quad (\text{C.6})$$

$$T_f \dot{y}_{mf}(t) = y_m(t) - y_{mf}(t) \quad (\text{C.7})$$

$$y_{mf}(t_k) = (1 - a)y_{mf}(t_{k-1}) + ay_m(t_k) \quad (\text{C.8})$$

$$a = \frac{T_s}{T_f + T_s} \quad (\text{C.9})$$

$$\tau_{\text{rampe}} = T_f \quad (\text{C.10})$$

$$T_f \approx \frac{T_s}{2} \frac{1}{(\sigma_{y_{mf}}/\sigma_{y_m})^2} \quad (\text{C.11})$$

$$T_f \leq \frac{T_p}{10} \quad (\text{C.12})$$

$$T_f \leq \frac{\tau_p}{10} \quad (\text{C.13})$$

$$y_{mf}(t_k) = \frac{1}{N} \sum_{j=k-(N-1)}^{j=k} y_m(t_j) \quad (\text{C.14})$$

$$T_f \approx \frac{T_v}{2} \quad (\text{C.15})$$

$$u_{se} = \frac{u_{se2} - u_{se1}}{u_{fe2} - u_{fe1}} (u_{fe} - u_{fe1}) + u_{se1} \quad (\text{C.16})$$

$$\tau_{\text{DA-omsetter}} \approx \frac{T_s}{2} \quad (\text{C.17})$$

$$D = \frac{T_{\text{on}}}{T_p} \cdot 100\% = \frac{u_{\text{mean}}}{U_{\text{on}}} \cdot 100\% \quad (\text{C.18})$$

$$Q = K_v(z) \sqrt{\frac{p_v}{G}} \text{ eller } K_v \sqrt{\frac{p_v}{G}} \quad (\text{C.19})$$

$$K_v(z) = K_{v_{\text{max}}} z \quad (\text{C.20})$$

$$K_v(z) = K_{v_{\max}} R^{1-z} \quad (\text{C.21})$$

$$P_{\text{midlere}} = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R} \quad (\text{C.22})$$

$$R_s = \frac{R}{L} \text{ [}\Omega/\text{m]} \quad (\text{C.23})$$

$$R \text{ [}\Omega] = \frac{u}{i} \quad (\text{C.24})$$

$$R = \frac{S}{2^n - 1} \quad (\text{C.25})$$

$$v_0(T_m) = v + v_0(T_r) \quad (\text{C.26})$$

$$T = \frac{\frac{R}{R_0} - 1}{a} \quad (\text{C.27})$$

$$L = \frac{vT_r}{2} \quad (\text{C.28})$$

$$p = \rho g(h + h_0) \quad (\text{C.29})$$

$$F = k\sqrt{\Delta p} \quad (\text{C.30})$$

$$v = k(t_{\text{mot}} - t_{\text{med}}) \quad (\text{C.31})$$

$$Q = Av \quad (\text{C.32})$$

$$F_v = \frac{F_m}{\rho} \quad (\text{C.33})$$



$$\Delta T = T_2 - T_1 = kF \quad (\text{C.34})$$

$$v(t_k) = \frac{ds(t_k)}{dt} \approx \frac{s(t_k) - s(t_{k-1})}{T_s} \quad (\text{C.35})$$

$$v(t_k) \approx \frac{s(t_{k+1}) - s(t_{k-1})}{2T_s} \quad (\text{C.36})$$

$$u_t = K_t v \quad (\text{C.37})$$

$$\frac{dm(t)}{dt} = \sum w_{\text{inn}}(t) - \sum w_{\text{ut}}(t) + \sum w_{\text{generert}}(t) \quad (\text{C.38})$$

$$m = \rho V \quad (\text{C.39})$$

$$\frac{dE}{dt} = \sum Q_{\text{inn}} - \sum Q_{\text{ut}} + \sum Q_{\text{generert}} \quad (\text{C.40})$$

$$E = cmT = c\rho VT = CT \quad (\text{C.41})$$

$$m\dot{v} = m\ddot{x} = ma = \sum F \quad (\text{C.42})$$

$$J\dot{\omega} = J\ddot{\theta} = \sum T \quad (\text{C.43})$$

$$T = Fl \quad (\text{C.44})$$

$$b = \theta r \quad (\text{C.45})$$

$$u = Ri \quad (\text{C.46})$$

$$P = ui = Ri^2 = \frac{u^2}{R} \quad (\text{C.47})$$

$$P_{\text{midlere}} = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} = R I_{\text{eff}}^2 = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R} \quad (\text{C.48})$$

$$I_{\text{eff}} = \frac{I_{\text{maks}}}{\sqrt{2}} \quad (\text{C.49})$$

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{maks}}}{\sqrt{2}} \quad (\text{C.50})$$

$$u = u_t + u_f \quad (\text{C.51})$$

$$K = \frac{y_2 - y_1}{u_2 - u_1} = \frac{\Delta y}{\Delta u} \quad (\text{C.52})$$

$$T\dot{y} = Ku - y \quad (\text{C.53})$$

$$T\dot{y} = K_1 u_1 + K_2 u_2 - y \quad (\text{C.54})$$

$$\dot{y} = K_i u \quad (\text{C.55})$$

$$y(t) = K_i \int_0^t u(\tau) d\tau \quad (\text{C.56})$$

$$y(t) = u(t - \tau) \quad (\text{C.57})$$

$$u(t) = u_{\text{man}} + K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + K_p T_d \frac{de(t)}{dt}$$

$$e = y_{SP} - y_{mf} \quad (\text{C.58})$$

Tabell C.1:

	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P-regulator	$0,5K_{pu}$	$\infty$	0
PI-regulator	$0,45K_{pu}$	$\frac{P_u}{1,2}$	0
PID-regulator	$0,6K_{pu}$	$\frac{P_u}{2}$	$\frac{P_u}{8} = \frac{T_i}{4}$

$$PB = \frac{100}{K_p} \quad (C.59)$$

$$u(t_k) = u_{\text{man}} + u_p(t_k) + u_i(t_k) + u_d(t_k) \quad (C.60)$$

$$u_p(t_k) = K_p e(t_k) \quad (C.61)$$

$$u_i(t_k) = \frac{K_p T_s}{T_i} [e(t_0) + e(t_1) + \dots + e(t_{k-1}) + e(t_k)] \quad (C.62)$$

$$= u_i(t_{k-1}) + \frac{K_p T_s}{T_i} e(t_k) \quad (C.63)$$

$$u_d(t_k) = K_p T_d \frac{e(t_k) - e(t_{k-1})}{T_s} \quad (C.64)$$

$$\text{“Opp-Ned”} \implies \text{Revers} \equiv K_p > 0 \quad (C.65)$$

$$\text{“Opp-Opp”} \implies \text{Direkte} \equiv K_p < 0 \quad (C.66)$$

$$u = \left\{ \begin{array}{l} u_{\text{maks}} \text{ når } e \geq d_e \\ u_{\text{min}} \text{ når } e < -d_e \end{array} \right\} \quad (C.67)$$

$$K_p = 0,32K_{pu}, \quad T_i = P_u \quad (C.68)$$

$$K_p = 0,45K_{p0}, \quad T_i = \frac{P_{u0}}{1,2} \quad (C.69)$$

$$K_{p_u} = \frac{\text{Ut-amplitude}}{\text{Inn-amplitude}} = \frac{\frac{4A}{\pi}}{E} = \frac{4A}{\pi E} \approx 1,27 \frac{A}{E} \quad (\text{C.70})$$

$$A = \frac{u_{\text{maks}} - u_{\text{min}}}{2} \quad (\text{C.71})$$

$$K_p = 0,8K_{GG}, \quad T_i = 1,5T_{ou} \quad (\text{C.72})$$

$$K_p = \frac{1}{K_i(T_C + \tau)}, \quad T_i = 2(T_C + \tau) \quad (\text{C.73})$$

$$T_C = \tau, \quad K_p = \frac{1}{2K_i\tau}, \quad T_i = 4\tau \quad (\text{C.74})$$

$$K_p = \frac{1}{K_i T_c}, \quad T_i = 2T_c \quad (\text{C.75})$$

$$T_d = T_{\text{aktuator}} \quad (\text{C.76})$$

$$\ddot{y} = K_{ii}u$$

$$K_p = K_{pp} = \frac{2}{K_{ii} T_C^2} \quad (\text{C.77})$$

$$T_i = T_{ip} = 4T_C \quad (\text{C.78})$$

$$T_d = T_{dp} = T_C \quad (\text{C.79})$$

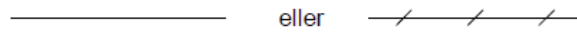
Fra boka **Reguleringsteknikk** (nedenstående symboler og formler kommer i tillegg til formellista fra Reguleringsteknikk som allerede er oppgitt på emnets hjemmeside og som oppgis til eksamen):

Bokstav-kode	1. bokstav	Etterfølgende modifikator til 1. bokstav	Etterfølgende bokstav
A	Analysis		Alarm
B	Burner, Combustion		
C	User's choice		Control
D	User's choice	Differential	
E	Voltage		Sensor, Primary element
F	Flow rate	Ratio	
G	User's choice		Glass, Gauge
H	Hand		High
I	Current (electrical)		Indicate
J	Power		
L	Level		Low
P	Pressure		
Q	Quantity	Integrate, Totalize	
R	Radiation		Record
S	Speed, Frequency		Switch
T	Temperature		Transmit
V	Vibration		Valve
W	Weight, Force		
Y			Computation
Z	Position	Safety Instrumented System (Interlock)	

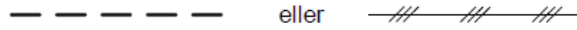
Bokstavkode	Utstyr
C	Column (norsk: kolonne, f.eks. destillasjonskol.)
D	Drum (kar, fat, dunk)
F	Furnace (ovn)
H	Heat exchanger (varmeveksler)
K	Compressor
M	Motor
P	Pump
R	Reactor
T	Tank
V	Valve, vessel (ventil, beholder)



Generelt (udefinert) signal:



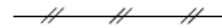
Elektrisk signal:



Digitalt signal:



Pneumatisk signal:



$$GM = \Delta K_u$$

$$PM = \frac{\Delta \tau_u}{P_u} \cdot 360^\circ$$

$$1,7 \leq GM \leq 4,0$$

$$30^\circ \leq PM \leq 45^\circ$$

Fra boka [Basic Dynamics and Control](#):

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt$$

$$F(s) = k \iff f(t) = k\delta(t) \quad (\text{impulse of strength or area } k)$$

$$\frac{k}{s} \iff k \quad (\text{step of amplitude } k)$$

$$\frac{k}{s^2} \iff kt \quad (\text{ramp of slope } k)$$

$$\frac{k}{Ts+1} \iff \frac{ke^{-t/T}}{T}$$

$$k_1 F_1(s) + k_2 F_2(s) \iff k_1 f_1(t) + k_2 f_2(t)$$

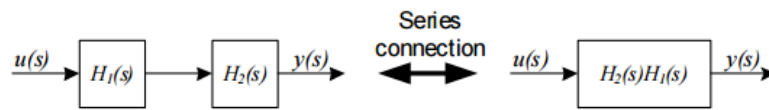
$$F(s)e^{-\tau s} \iff f(t - \tau)$$

First order time derivative with zero initial condition:

$$sF(s) \iff \dot{f}(t) \quad (4.20)$$

$$\frac{1}{s}F(s) \iff \int_0^t f(\tau) d\tau$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \iff \lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$$



(Andre regler for blokkdiagrammanipulering enn den ovenstående vil ikke bli aktuelle på eksamen.)

Fra utdraget av boka [Dynamiske systemer](#):

$$h(t) = \sum_i \lim_{s \rightarrow p_i} \left\{ (s - p_i) \underbrace{H(s)}_{h(s)} e^{st} \right\}$$

$$u(t) = U \sin \omega t$$

$$\begin{aligned} y_s(t) &= Y \sin(\omega t + \phi) \\ &= \underbrace{UA}_Y \sin(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

$$x \text{ [dB]} = 20 \log_{10} x$$

$$A(\omega) = |H(j\omega)|$$

$$\phi(\omega) = \arg H(j\omega)$$

$$H(s) = \frac{1}{\frac{s}{\omega_b} + 1}$$

## Nyttige formler for Vannkraftregulering.

- ▶ Hastighet:  $v$
- ▶ Kraft;  $F = m a$
- ▶ Moment;  $M = F r$
- ▶ Arbeid \*);  $W = F s$
- ▶ Effekt;  $P = W/t = F v = M \omega$ 
  - kW =  $10^3$  W & MW =  $10^6$  W.
  
- ▶ Ohms lov;  $U = R \cdot I$
- ▶ Vekselspenning \*);  $u(t) = \sqrt{2} U \sin \omega t$
- ▶ Vekselsstrøm;  $i(t) = \sqrt{2} I \sin \omega t$
- ▶ Effekt;  
  - Trefase aktiv effekt:  $P = \sqrt{3} U I \cos \phi$
  - Trefase reaktiv effekt:  $Q = \sqrt{3} U I \sin \phi$
- ▶ Arbeid / Energi;  $W = P t$
- ▶ Vinkelhastighet;  $\omega = 2 \pi n/60$
- ▶ 'Roterende kinetisk energi'  $E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$
- ▶ Ytelse for elektrisk maskin:  $S_n = \sqrt{3} U_n I_n$
- ▶ Spenningsfall i 3-faset overføring:  $\Delta U = \sqrt{3} I (R \cos \phi + X \sin \phi)$
- ▶ Effekttap i 3 faset overføring;  $\Delta P = 3 R I^2$
  
- > Effekt \*):  $P = \rho \eta_{\text{tot}} g Q H$  [W]
  

---

- >  $\Delta H = k_q Q^2 = k_v v^2$
  
- >  $\eta_{\text{vann}} = (H - \Delta H) / H = H_e / H$



Akselerasjonstid:  $T_a = J \omega^2 / P_n$  [s]

Energiekvivalent [kWh / m<sup>3</sup>] – i en time tappes Q [m<sup>3</sup>/s]\* 3600 [s/h]

Da vil energiekvivalenten bli  $E = P / (3600 Q)$  når P settes i kW.

- Tap i fylte 'rør'. Mannings formel. (Reyn
- Rørfriksjon  $\Delta H = (v/M)^2 L / R^{4/3}$ 
  - Råsprengt tunnel: (30 < M < 40)
  - Rør: (80 < M < 120)
  - $R = A_{(real)} / O_{(mkrets)}$  – 'hydraulisk radius'
  - $\Delta H = k_v v^2$  &  $k_v = L / (M^2 R^{4/3})$
  - $\Delta H = k_q Q^2$  &  $k_q = L / (A^2 M^2 R^{4/3})$

--> Virkningsgrad:  $\eta_{tot} = \eta_{vann} \eta_{tur} \eta_{gen} \eta_{trf}$

Frekvensregulering.

Statikk (R [pu = %-verdi/100]):

$$R = -(\Delta f / f_n) / (\Delta P / P_n) \Rightarrow \Delta f = -R f_n \Delta P / P_n$$

Regulerstyrke ( $\lambda$ )[MW/Hz]:

$$\lambda = -\Delta P / \Delta f = \sum P_{ni} / (R_i * f_n)$$