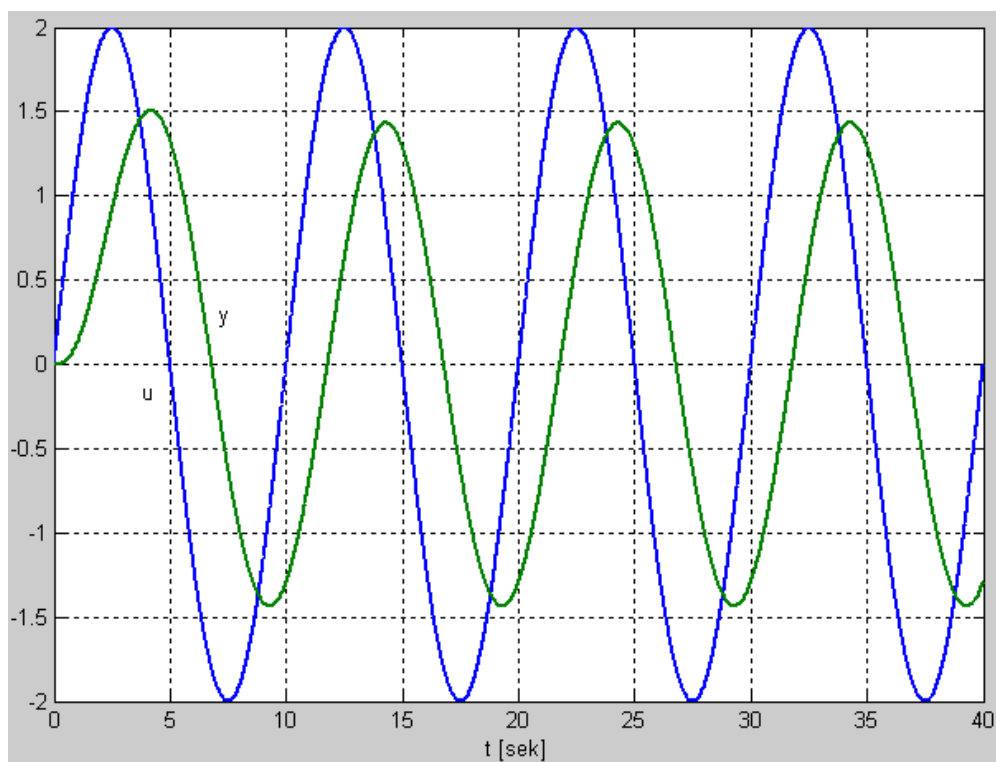


Kapittel 5

Frekvensrespons

Oppgave 5.1 Beregning av frekvensrespons fra signaler

Figur 25 viser sammenhørende inngangssignal og utgangssignal for et system.



Figur 25: Oppgave 5.1: Inngangssignalet u og utgangssignalet y

ω [rad/s]	A [dB]	ϕ [grader]
0,1	-0,09	-11
0,2	-0,34	-23
0,4	-1,3	-44
0,6	-2,7	-62
0,8	-4,3	-77
1,0	-6,0	-90
1,5	-10,2	-113
2,0	-14,0	-127
3,0	-20,0	-143
4,0	-28,3	-157
6,0	-31,4	-161

Tabell 1: Frekvensresponsdata

- Hva er inngangssignalets frekvens i Hz og i rad/s?
- Finn amplitudeforsterkningen og faseforskyvningen for frekvensen funnet i deloppgave a. Angi amplitudeforsterkningen også i desibel.

Oppgave 5.2 Finne sinusresponsen fra Bodediagram

Se Bodediagrammet i figur 5.3 i læreboken. Anta at systemets inngangssignal u er et sinussignal med amplitude $U = 0,8$ og frekvens $\omega = 1,0$ rad/s. Skriv opp den tilhørende stasjonære responsen $y_s(t)$ på systemets utgang.

Oppgave 5.3 Tegne Bodediagram fra eksperimentelle data

Tabell 1 viser sammenhørende eksperimentelle data for frekvens, amplitudeforsterkning og faseforskyvning for et system. Framstill dataene i et Bodediagram (med logaritmisk frekvensakse).

Oppgave 5.4 Finne frekvensresponsen fra transferfunksjonen

Finn frekvensresponsen for transferfunksjonen

$$H(s) = \frac{Ks}{Ts + 1} e^{-\tau s} \quad (5.121)$$

Oppgave 5.5 Frekvensrespons for seriekoblede filtre

Anta at tabell 1 side 48 viser frekvensresponsdata for et bestemt dynamisk signalfilter. Anta at et nytt filter konstrueres som en seriekopling av forannevnte filter. Skriv opp de resulterende amplitudeverdiene (A -verdiene) og faseforskyvningsverdiene (ϕ -verdiene) for ω fom. 0, 1 tom. 1,0.

Oppgave 5.6 Tegning av frekvensresponsasymptoter

Gitt følgende transferfunksjon for et såkalt båndpassfilter:

$$H(s) = \frac{K \frac{s}{\omega_1}}{\left(\frac{s}{\omega_1} + 1\right) \left(\frac{s}{\omega_2} + 1\right)} \quad (5.122)$$

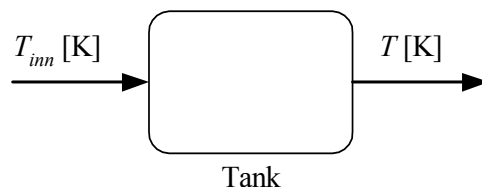
der knekkfrekvensene er ω_1 og ω_2 med $\omega_1 < \omega_2$. Skisser den asymptotiske amplitudfunksjonen og den asymptotiske fasefunksjonen. Bruk logaritmisk frekvensakse og desibel som enhet for amplitudfunksjonen.

Oppgave 5.7 Design av RC-filter

Anta at det er spesifisert at et RC-filter skal ha båndbredde 100 Hz. Finn passende verdier for R og C . (Tips: Velg kondensatorverdien mellom 10^{-4} og 10^{-6} F.)

Oppgave 5.8 Design av filtrerende tank

Figur 26 viser en filtrerende væsketank i en rørledning. Energibalanse gir (under



Figur 26: Oppgave 5.8: Filtrerende væsketank i en rørledning

antakelse av homogene forhold og null varmeovergang gjennom tankens vegger):

$$c\rho V\dot{T} = cw(T_{inn} - T) \quad (5.123)$$

- a. Finn transferfunksjonen fra T_{inn} til T .

- b. Anta at temperaturamplituden i en frekvenskomponent med frekvens ω_1 [rad/s] i T_{inn} skal forsterkes med en faktor k , som er mindre enn 1. Anta at væskens tetthet er ρ [kg/m³] og at den spesifikke varmekapasiteten er c [J/(kgK)]. Finn tankens volum V . Hva er den kvalitative sammenhengen mellom k og V ?

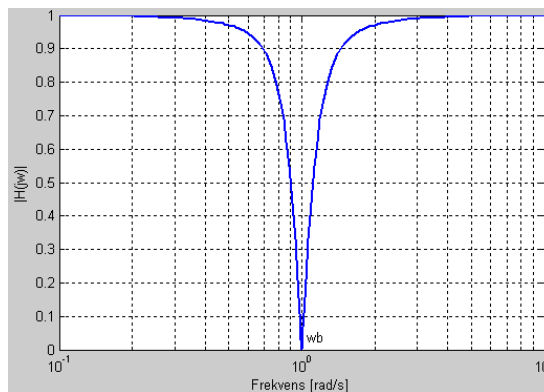
Oppgave 5.9 Sammenlikning av 1. og 2. ordens lavpassfilter

Se simulatorfrontpanelet vist i figur 5.9 side 155 i læreboken. Anta at både 1. ordens og 2. ordens filteret er påvirket av samme sinussignal, som har frekvens $\omega_1 = 2$ rad/s.⁴

- Ligger ω_1 i filterets passbånd eller stoppbånd?
- Hva er forholdet mellom 2. ordens filterets forsterkning (rettere: demping) av denne frekvenskomponenten og 1. ordens filterets forsterkning?

Oppgave 5.10 Utvikling av båndstopfilter

Et båndstopfilter brukes til å dempe eller fjerne én eller flere frekvenskomponenter i et begrenset stoppbånd, f.eks. nettspenningen. Figur 27 viser en amplitudedefuksjonen for et båndstopfilter.



Figur 27: Oppgave 5.10: Typisk amplitudedefuksjon for et båndstopfilter

- Utleid transferfunksjonen for et båndstopfilter på basis av frekvenstransformasjon av et normalisert 1. ordens lavpassfilter.

⁴I figur 5.9 skal enheten langs x-aksen i det øverste diagrammet være rad/s, ikke dB.

- b. Vis ut fra transferfunksjonen at filteret fullstendig fjerner frekvenskomponenten med frekvens

$$\omega_s = \sqrt{\omega_L \omega_H} \quad (5.124)$$

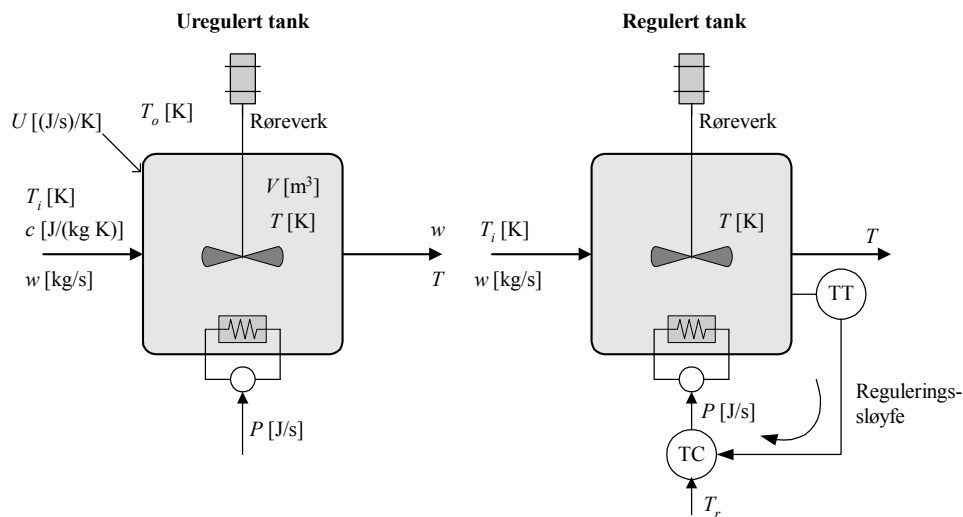
Det er amplitdefunksjonen for filteret utledet i deloppgave a med $\omega_L = 0,833$ og $\omega_H = 1,2$, som gir $\omega_s = 1$, som er plottet i figur 27. Gir amplitdefunksjonen plottet i figur 27 uttrykk for at frekvenskomponenten med frekvens ω_s er fjernet?

Oppgave 5.11 Utvikling av tidsdiskret høypassfilter

Utvikle et tidsdiskret høypassfilter på basis av det tidskontinuerlige høypassfilteret

$$H_{HP}(s) = \frac{s}{\omega_L} \frac{s}{\omega_L + 1} \quad (5.125)$$

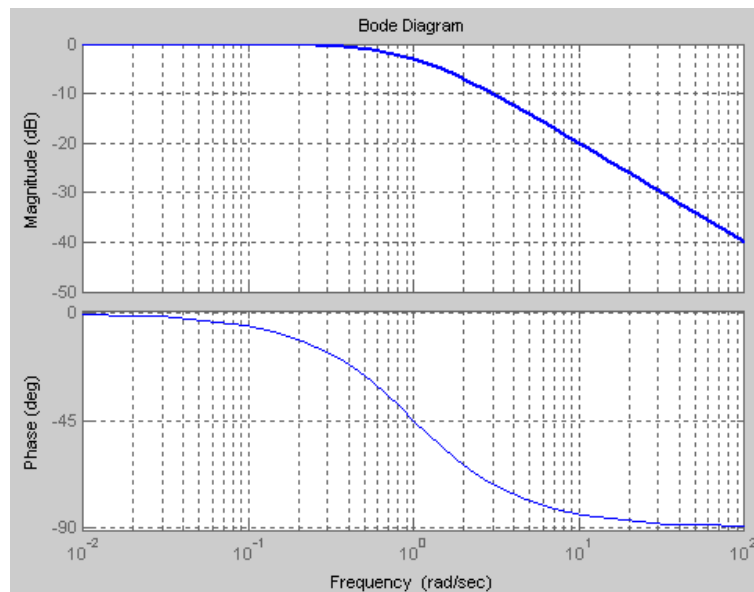
(som er utledet i eksempel 46 side 156 i læreboken). Bruk bilinear transformasjon.



Figur 28: Oppgave 5.12: Uregulert og (temperatur)regulert væsketank med gjennomstrømning og oppvarming

Oppgave 5.12 Frekvensresponsanalyse av reguleringsystem

- a. Figur 28 viser til venstre et *uregulert* termisk system, som er en væsketank med gjennomstrømning og oppvarming. Anta at amplitdefunksjonen i frekvensresponsen fra innløpstemperatur T_i til utløpstemperatur T er som vist i Bodediagrammet vist i figur 29.

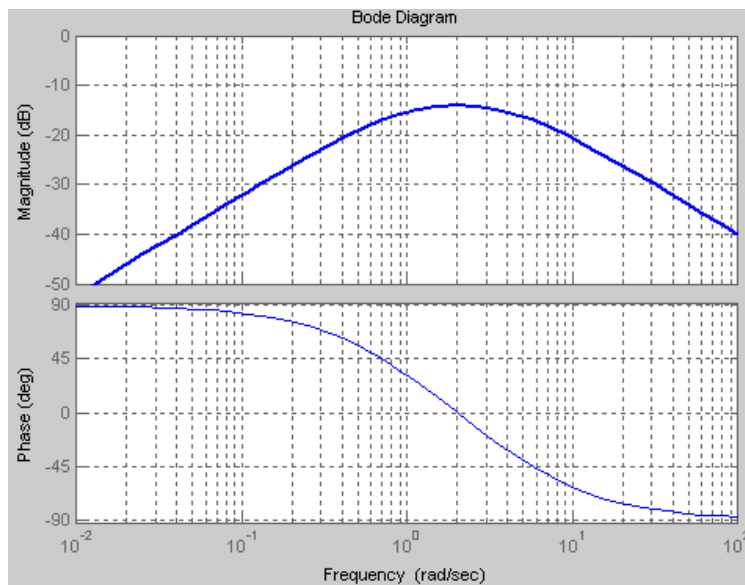


Figur 29: Oppgave 5.12: Frekvensresponsen fra T_i til T for *uregulert* system

Anta som eksempel at T_i inneholder en frekvenskomponent med amplitude T_{i_1} med frekvens 0,1 rad/s. Hvor stor er amplituden T_1 i den tilhørende stasjonære responsen i T ?

- b. Figur 28 viser til høyre et *temperaturreguleringssystem* for det termiske systemet basert på justering av effekten som funksjon av en temperaturmåling. T_r er temperaturreferansen (konstant). Anta at amplitdefunksjonen i frekvensresponsen fra innløpstemperatur T_i til utløpstemperatur T for reguleringssystemet er som vist i Bodediagrammet vist i figur 29.

Anta som eksempel at T_i inneholder en frekvenskomponent med amplitude T_{i_1} med frekvens 0,1 rad/s. Hvor stor er amplituden T_1 i den tilhørende stasjonære responsen i T ? Sammenlikne med svaret i deloppgave a. Er det oppnådd noen forbedring mht. utslaget som T_i gir i T ved å innføre *temperaturregulering*?



Figur 30: Oppgave 5.12: Frekvensresponsen fra T_i til T for regulert system

Kapittel 6

Stabilitetsanalyse

Oppgave 6.1 Stabilitetsegenskap for transferfunksjoner

Bestem stabilitetsegenskapen for følgende transferfunksjoner:

$$H_1(s) = \frac{1}{s + 1} \quad (6.126)$$

$$H_2(s) = \frac{1 - s}{1 + s} \quad (6.127)$$

$$H_{11} \leftrightarrow K$$

$$H_{12} \leftrightarrow F$$

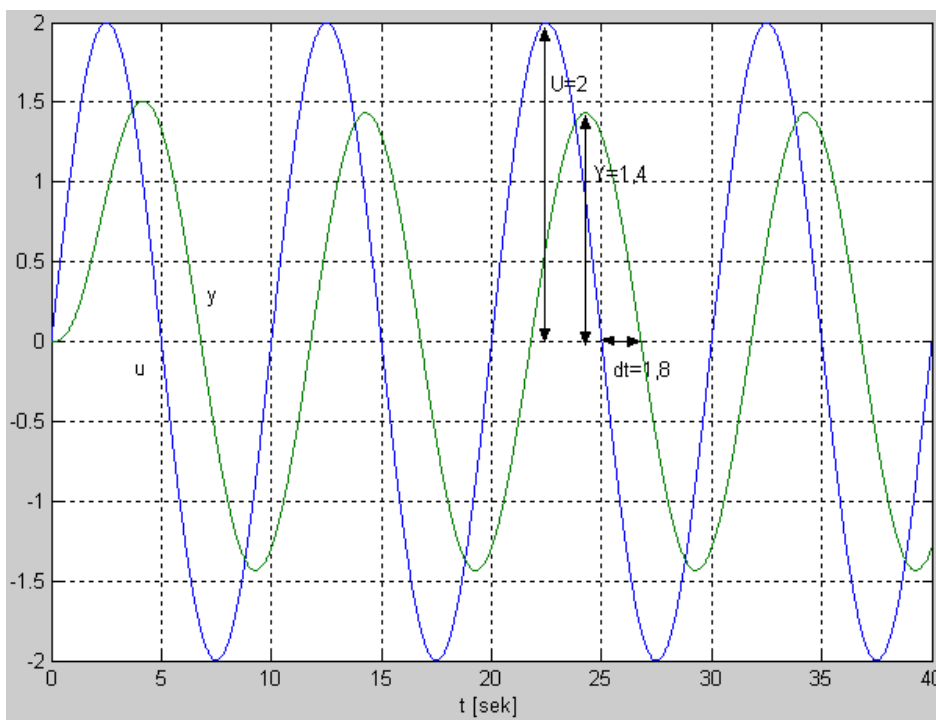
$$H_{13} \leftrightarrow A$$

$$H_{14} \leftrightarrow L$$

$$H_{15} \leftrightarrow G$$

Løsning 5.1

- a. Figur 50 viser signalene med amplitudene og tidsforskyvningen avmerket.



Figur 50: Løsning 5.1: Signalene u og y med amplituder og tidsforskyvningen avmerket

Inngangssignalets periodetid avleses til å være

$$T_p = 10 \text{ sek}$$

(7.445)

hvilket betyr at frekvensen er

$$\underline{f_1} = \frac{1}{T_p} = \frac{1}{10} = \underline{0,1 \text{ Hz}} \quad (7.446)$$

eller

$$\underline{\omega_1} = 2\pi f_1 = 2 \cdot \pi \cdot 0,1 = \underline{0,63 \text{ rad/s}} \quad (7.447)$$

b. Amplitudeforsterkningen (ved frekvensen f_1) er

$$\underline{A} = \frac{Y}{U} = \frac{1,4}{2} = \underline{0,7} = 20 \cdot \log_{10}(0,7) \text{ dB} = \underline{-3,1 \text{ dB}} \quad (7.448)$$

Faseforskyvningen ϕ kan beregnes ved først å måle tidsforskyvningen Δt mellom $u(t)$ og $y(t)$ og så beregne ϕ med

$$\phi = -\omega \Delta t \text{ [rad]} \quad (7.449)$$

I figur 50 finner vi

$$\Delta t = 1,8 \text{ s} \quad (7.450)$$

hvilket gir

$$\underline{\phi} = -\omega \Delta t = -0,63 \cdot 1,8 = \underline{-1,13 \text{ rad}} = -1,13 \cdot \frac{180}{\pi} = \underline{-65 \text{ grader}} \quad (7.451)$$

Vi kan alternativt finne ϕ ved følgende forholdsberging (360 grader tilsvarer én periode):

$$\underline{\phi} = -\frac{\Delta t}{T_p} \cdot 360 \text{ grader} = \underline{-65 \text{ grader}} \quad (7.452)$$

Løsning 5.2

Den stasjonære sinusresponsen er

$$y_s(t) = UA \sin(\omega t + \phi) \quad (7.453)$$

Her er $U = 0,8$. A avleses i figur 5.3 i læreboken til å være $-2,5 \text{ dB}$, som er 

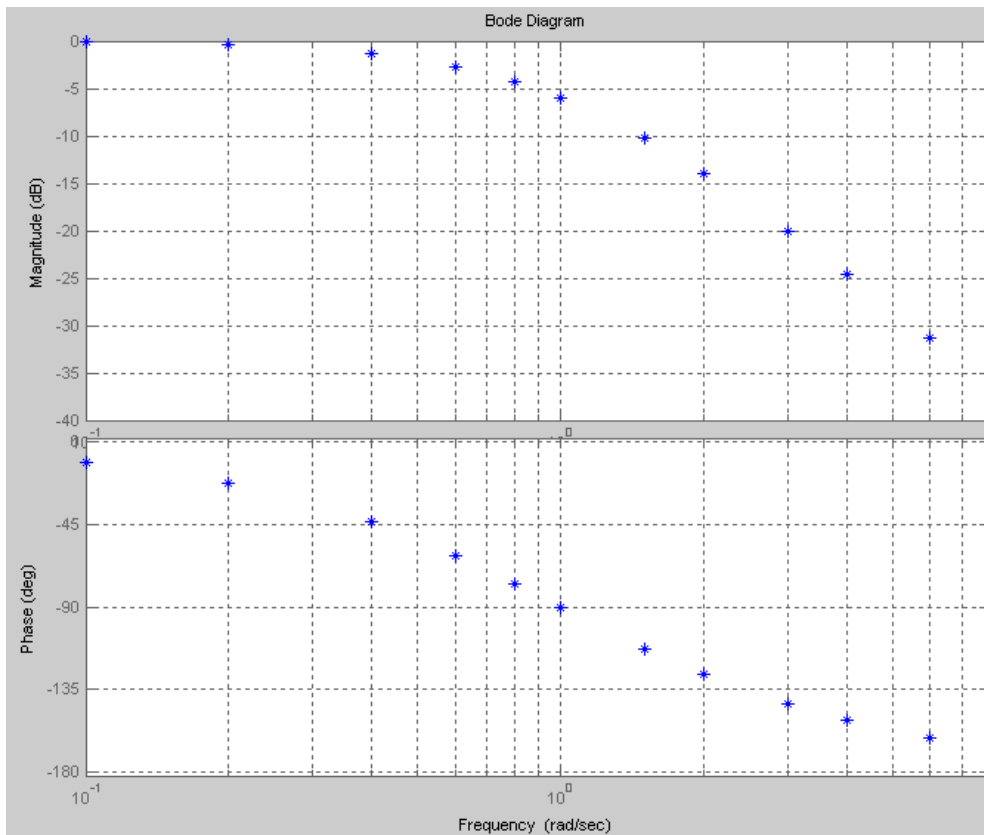
$$A = 10^{-3/20} = 0,71 \quad (7.454)$$

ϕ avleses i figur 5.3 i læreboken til å være

$$\phi = -45 \text{ grader} = -45 \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad} = -0,79 \text{ rad} \quad (7.455)$$

Dette gir

$$\underline{y_s(t) = 0,8 \cdot 0,71 \cdot \sin(1,0 \cdot t - 0,79) = 0,57 \sin(t - 0,79)} \quad (7.456)$$



Figur 51: L øsning 5.3: Bodeplott

Løsning 5.3

Se figur 51.

Løsning 5.4

Vi setter $s = j\omega$ i $H(s)$ og setter deretter de enkelte faktorene på *polarform*, som så

ω [rad/s]	A [dB]	ϕ [grader]
0,1	-0,18	-22
0,2	-0,68	-46
0,4	-2,6	-88
0,6	-5,4	-124
0,8	-8,6	-154
1,0	-12,0	-180

Tabell 3: Frekvensresponsdata

kombineres slik at vi ender opp med en polarform for $H(j\omega)$:

$$\underline{\underline{H(j\omega)}} = \frac{Kj\omega}{Tj\omega + 1} e^{-\tau j\omega} \quad (7.457)$$

$$= \frac{K\omega e^{j\frac{\pi}{2}}}{\sqrt{1^2 + (T\omega)^2} e^{j \arctan(\frac{T\omega}{1})}} e^{-\tau j\omega} \quad (7.458)$$

$$= \frac{K\omega}{\underbrace{\sqrt{1 + (T\omega)^2}}_{|H(j\omega)|}} e^{j \underbrace{\left[\frac{\pi}{2} - \arctan(T\omega) - \tau\omega \right]}_{\arg H(j\omega)}} \quad (7.459)$$

Løsning 5.5

Tabell 3 viser frekvensresponsdataene.

Løsning 5.6

Vi finner først asymptotene for hver av de 4 faktorene i transferfunksjonen, og deretter finner vi asymptotene for den totale transferfunksjonen ved å addere amplitudeasymptotene hhv. faseasymptotene. De 4 faktorene er

$$H_1(s) = K \quad (7.460)$$

$$H_2(s) = \frac{s}{\omega_1} \quad (7.461)$$

$$H_3(s) = \frac{1}{\frac{s}{\omega_1} + 1} \quad (7.462)$$

$$H_4(s) = \frac{1}{\frac{s}{\omega_2} + 1} \quad (7.463)$$

Frekvensområdet $\omega \leq \omega_1$: Her er

$$H_1(s)_{\text{as}} = K \quad (7.464)$$

$$H_2(s)_{\text{as}} = \frac{s}{\omega_1} \quad (7.465)$$

$$H_3(s)_{\text{as}} = 1 \quad (7.466)$$

$$H_4(s)_{\text{as}} = 1 \quad (7.467)$$

Amplitudeasymptotene blir

$$|H_1(j\omega)|_{\text{as}} = K = 20 \log(K) \text{ dB} \quad (7.468)$$

$$|H_2(j\omega)|_{\text{as}} = \frac{\omega}{\omega_1} = 20 \log(\omega) \text{ dB} - 20 \log(\omega_1) \text{ dB} \quad (7.469)$$

$$|H_3(j\omega)|_{\text{as}} = 1 = 0 \text{ dB} \quad (7.470)$$

$$|H_4(j\omega)|_{\text{as}} = 1 = 0 \text{ dB} \quad (7.471)$$

som tilsammen (summert) blir

$$\underline{|H(j\omega)|_{\text{as}} = 20 \log(K) \text{ dB} + 20 \log(\omega) \text{ dB} - 20 \log(\omega_1) \text{ dB}} \quad (7.472)$$

Faseasymptotene blir

$$\arg H_1(j\omega)_{\text{as}} = \arg K = 0 \text{ grader} \quad (7.473)$$

$$\arg H_2(j\omega)_{\text{as}} = \arg \frac{j\omega}{\omega_1} = +90 \text{ grader} \quad (7.474)$$

$$\arg H_3(j\omega)_{\text{as}} = 0 \text{ grader} \quad (7.475)$$

$$\arg H_4(j\omega)_{\text{as}} = 0 \text{ grader} \quad (7.476)$$

som tilsammen (summert) blir

$$\underline{\arg H(j\omega)_{\text{as}} = +90 \text{ grader}} \quad (7.477)$$

Frekvensområdet $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$: Her er

$$H_1(s)_{\text{as}} = K \quad (7.478)$$

$$H_2(s)_{\text{as}} = \frac{s}{\omega_1} \quad (7.479)$$

$$H_3(s)_{\text{as}} = \frac{1}{\frac{s}{\omega_1}} = \frac{\omega_1}{s} \quad (7.480)$$

$$H_4(s)_{\text{as}} = 1 \quad (7.481)$$

Amplitudeasymptotene blir

$$|H_1(j\omega)|_{\text{as}} = K = 20 \log(K) \text{ dB} \quad (7.482)$$

$$|H_2(j\omega)|_{\text{as}} = \frac{\omega}{\omega_1} = 20 \log(\omega) \text{ dB} - 20 \log(\omega_1) \text{ dB} \quad (7.483)$$

$$|H_3(j\omega)|_{\text{as}} = \frac{\omega_1}{\omega} = 20 \log(\omega_1) \text{ dB} - 20 \log(\omega) \text{ dB} \quad (7.484)$$

$$|H_4(j\omega)|_{\text{as}} = 1 = 0 \text{ dB} \quad (7.485)$$

som tilsammen (summert) blir

$$\underline{|H(j\omega)|_{\text{as}} = 20 \log(K) \text{ dB}} \quad (7.486)$$

Faseasymptotene blir

$$\arg H_1(j\omega)_{\text{as}} = \arg K = 0 \text{ grader} \quad (7.487)$$

$$\arg H_2(j\omega)_{\text{as}} = \arg \frac{j\omega}{\omega_1} = +90 \text{ grader} \quad (7.488)$$

$$\arg H_3(j\omega)_{\text{as}} = \arg \frac{\omega_1}{j\omega} = -90 \text{ grader} \quad (7.489)$$

$$\arg H_4(j\omega)_{\text{as}} = 0 \text{ grader} \quad (7.490)$$

som tilsammen (summert) blir

$$\underline{\arg H(j\omega)_{\text{as}} = 0 \text{ grader}} \quad (7.491)$$

Frekvensområdet $\omega_2 \leq \omega$: Her er

$$H_1(s)_{\text{as}} = K \quad (7.492)$$

$$H_2(s)_{\text{as}} = \frac{s}{\omega_1} \quad (7.493)$$

$$H_3(s)_{\text{as}} = \frac{1}{\frac{s}{\omega_1}} = \frac{\omega_1}{s} \quad (7.494)$$

$$H_4(s)_{\text{as}} = \frac{1}{\frac{s}{\omega_2}} = \frac{\omega_2}{s} \quad (7.495)$$

Amplitudeasymptotene blir

$$|H_1(j\omega)|_{\text{as}} = K = 20 \log(K) \text{ dB} \quad (7.496)$$

$$|H_2(j\omega)|_{\text{as}} = \frac{\omega}{\omega_1} = 20 \log(\omega) \text{ dB} - 20 \log(\omega_1) \text{ dB} \quad (7.497)$$

$$|H_3(j\omega)|_{\text{as}} = \frac{\omega_1}{\omega} = 20 \log(\omega_1) \text{ dB} - 20 \log(\omega) \text{ dB} \quad (7.498)$$

$$|H_4(j\omega)|_{\text{as}} = \frac{\omega_2}{\omega} = 20 \log(\omega_2) \text{ dB} - 20 \log(\omega) \text{ dB} \quad (7.499)$$

som tilsammen (summert) blir

$$\underline{|H(j\omega)|_{\text{as}} = 20 \log(K) \text{ dB} + 20 \log(\omega_2) \text{ dB} - 20 \log(\omega) \text{ dB}} \quad (7.500)$$

Faseasymptotene blir

$$\arg H_1(j\omega)_{\text{as}} = \arg K = 0 \text{ grader} \quad (7.501)$$

$$\arg H_2(j\omega)_{\text{as}} = \arg \frac{j\omega}{\omega_1} = +90 \text{ grader} \quad (7.502)$$

$$\arg H_3(j\omega)_{\text{as}} = \arg \frac{\omega_1}{j\omega} = -90 \text{ grader} \quad (7.503)$$

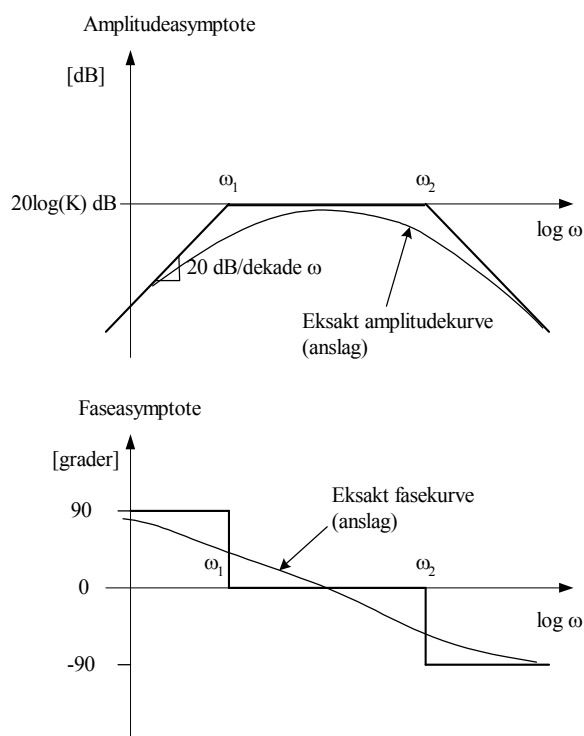
$$\arg H_4(j\omega)_{\text{as}} = \arg \frac{\omega_2}{j\omega} = -90 \text{ grader} \quad (7.504)$$

som tilsammen (summert) blir

$$\underline{\arg H(j\omega)_{\text{as}} = -90 \text{ grader}} \quad (7.505)$$

Figur 52 viser asymptotene tegnet i et Bodediagram.

Løsning 5.7



Figur 52: Oppgave 5.6: Asymptotene tegnet i et Bodediagram

Båndbredden er

$$f_b \text{ [Hz]} = \frac{\omega_b \text{ [rad/s]}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{RC} \quad (7.506)$$

Her kan vi først velge C og deretter beregne R . La oss velge

$$C = 10^{-5} \text{ F} \quad (7.507)$$

Det gir

$$\underline{\underline{R}} = \frac{1}{2\pi f_b C} = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \text{ Hz} \cdot 10^{-5} \text{ F}} = \underline{\underline{159 \Omega}} \quad (7.508)$$

Løsning 5.8

a. Laplacetransformasjon av (5.123) gir

$$c\rho V [sT(s) - T_0] = cw [T_{inn}(s) - T(s)] \quad (7.509)$$

som, med $T_0 = 0$, gir transferfunksjonen

$$H(s) = \frac{T(s)}{T_{inn}(s)} = \frac{1}{\frac{\rho V}{w}s + 1} \quad (7.510)$$

b. Amplitudedefunksjonen er

$$|H(j\omega)| = \left| \frac{1}{\frac{\rho V}{w}j\omega + 1} \right| = \left| \frac{1}{\left(\frac{\rho V \omega}{w}\right)^2 + 1} \right| \quad (7.511)$$

Spesifikasjonen (forsterkning med faktor k) innebærer

$$|H(j\omega_1)| = \frac{1}{\left(\frac{\rho V \omega_1}{w}\right)^2 + 1} = k \quad (7.512)$$

som løst mhp. V gir

$$V = \frac{w}{\rho \omega_1} \sqrt{\frac{1}{k^2} - 1} \quad (7.513)$$

Fra (7.513) ser vi at jo mindre k (kraftigere demping), jo større V .

Løsning 5.9

a. I stoppbåndet.

b. Fra figur 5.9 i læreboken ser vi at for 1. ordens filteret er amplitudeforsterkningen ved $\omega_1 = 2$ rad/s $A_1(\omega_1) \approx 0,45$ og for 2. ordens filteret er $A_2(\omega_1) \approx 0,15$, hvilket betyr at forholdet mellom dempingene er

$$\frac{A_2(\omega_1)}{A_1(\omega_1)} = \frac{0,15}{0,45} = \frac{1}{3} \quad (7.514)$$

Vi kan derfor si at 2. ordens filteret filtrerer 3 ganger så godt (ved frekvenskomponenten med frekvens $\omega_1 = 2$ rad/s).

Løsning 5.10

a. Innsetting av båndstoppsubstitusjonen vist i tabell 5.2 (side 156 i læreboken) i den normaliserte filtertransferfunksjonen (5.81) i læreboken gir

$$\underline{\underline{H(s)}} = \frac{1}{\frac{s(\omega_H - \omega_L)}{s^2 + \omega_L \omega_H} + 1} = \frac{s^2 + \omega_L \omega_H}{s^2 + s(\omega_H - \omega_L) + \omega_L \omega_H} \quad (7.515)$$

der ω_L og ω_H er laveste hhv. høyeste asymptotiske knekkfrekvens. (Amplitudedefunksjonen for (7.515) med $\omega_L = 0,833$ og $\omega_H = 1,2$ er plottet i figur 27.)

b. (7.515) gir

$$\underline{H(j\omega_s)} = \left| \frac{(j\omega_s)^2 + \omega_L\omega_H}{(j\omega_s)^2 + j\omega_s(\omega_H - \omega_L) + \omega_L\omega_H} \right| \quad (7.516)$$

$$= \left| \frac{-\omega_s^2 + \omega_L\omega_H}{(j\omega_s)^2 + j\omega_s(\omega_H - \omega_L) + \omega_L\omega_H} \right| \quad (7.517)$$

$$= \left| \frac{-(\sqrt{\omega_L\omega_L})^2 + \omega_L\omega_H = 0}{(j\omega_s)^2 + j\omega_s(\omega_H - \omega_L) + \omega_L\omega_H} \right| \quad (7.518)$$

$$= \underline{0} \quad (7.519)$$

hvilket skulle vises.

Amplitdefunksjonen plottet i figur 27 gir uttrykk for det samme, siden funksjonen har verdi null for $\omega = \omega_s = \sqrt{\omega_L\omega_L}$.

Løsning 5.11

Bruk av substitusjonen

$$s \leftarrow \frac{2}{h} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (7.520)$$

for s i (5.125) gir

$$H_{\text{HP diskret}}(z) = \frac{y(z)}{u(z)} \triangleq \frac{y(t_k)}{u(t_k)} \quad (7.521)$$

$$= \frac{\frac{2}{\omega_L h} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}}{\frac{2}{\omega_L h} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} + 1} \quad (7.522)$$

$$= \frac{2(1 - z^{-1})}{(\omega_b h + 2) + (\omega_b h - 2)z^{-1}} \quad (7.523)$$

som gir

$$[(\omega_b h + 2) + (\omega_b h - 2)z^{-1}]y(t_k) = 2(1 - z^{-1})u(t_k) \quad (7.524)$$

som gir

$$(\omega_b h + 2)y(t_k) + (\omega_b h - 2)z^{-1}y(t_k) = 2u(t_k) - 2z^{-1}u(t_k) \quad (7.525)$$

som betyr

$$(\omega_b h + 2)y(t_k) + (\omega_b h - 2)y(t_{k-1}) = 2u(t_k) - 2u(t_{k-1}) \quad (7.526)$$

som ordnet gir

$$\underline{\underline{y(t_k) = \frac{2 - \omega_b h}{2 + \omega_b h} y(t_{k-1}) + \frac{2}{2 + \omega_b h} [u(t_k) - u(t_{k-1})]}} \quad (7.527)$$

Løsning 5.12

- a. Avlesning i figur 29 viser at amplitdefunksjonen ved frekvens 0,1 rad/s for det uregulerte systemet er

$$\underline{\underline{A_{uregulert}(0,1) \approx 0 \text{ dB} = 1}} \quad (7.528)$$

- b. Avlesning i figur 30 viser at amplitdefunksjonen ved frekvens 0,1 rad/s for det regulerte systemet er

$$\underline{\underline{A_{regulert}(0,1) \approx -32 \text{ dB} = 0,025}} \quad (7.529)$$

Med regulering er altså utslaget i T pga. T_i ca. 40 ganger mindre sammenliknet med det uregulerte tilfellet.

Løsning 6.1

$$H_1(s) = \frac{1}{s+1} \quad (7.530)$$

er asymptotisk stabil siden polen $p = -1$ ligger i venstre halvplan.

$$H_2(s) = \frac{1-s}{1+s} \quad (7.531)$$

er asymptotisk stabil siden polen $p = -1$ ligger i venstre halvplan.

$$H_3(s) = \frac{1}{1-s} \quad (7.532)$$

er ustabil siden polen $p = 1$ ligger i høyre halvplan.

$$H_4(s) = \frac{1}{(s+1)(s-1)} \quad (7.533)$$

er ustabil siden én av polene, $p_1 = 1$, ligger i høyre halvplan.

$$H_5(s) = \frac{1}{s} \quad (7.534)$$

er marginal stabil siden polen $p = 0$ ligger i origo, som er på den imaginære akse, og polene på imaginæraksen er enkle.

$$H_6(s) = \frac{1}{s^3} \quad (7.535)$$

er ustabil siden det er multiple poler, $p_{1,2,3} = 0$, på imaginæraksen.

$$H_7(s) = \frac{e^{-s}}{s+1} \quad (7.536)$$