

Automatiseringsteknikk

Finn Aakre Haugen

29. september 2025

Innhold

I	GRUNNLEGGENDE AUTOMATISERINGSTEKNIKK	7
1	Introduksjon til reguleringsteknikk	9
1.1	Generelt, hva kan oppnås med regulering?	9
1.2	Hvilke prosessvariabler er det vanlig å regulere?	11
1.3	Regulering med tilbakekopling	11
1.3.1	Manuell regulering	11
1.3.2	Automatisk regulering	14
1.3.3	Flere eksempler på reguleringssystemer	17
1.3.4	En fare lur: Ustabilitet!	20
1.3.5	Ytelsesmål for reguleringssystemer	21
1.4	Regulering med foroverkopling	23
1.5	<i>Oppgaver til kapittel 1</i>	28
1.6	<i>Løsninger til kapittel 1</i>	34
2	Teknisk flytskjema	39
2.1	Innledning	39
2.2	Instrumentkoder	39
2.2.1	Bokstavkoder	40
2.2.2	Tallkoder	41
2.2.3	Lokalisering	41
2.3	Signaler	42
2.4	Prosessutstyr	42
2.4.1	Bokstavkoder for prosessutstyr	42
2.4.2	Ventiler	42
2.4.3	Strømningsutstyr	43
2.4.4	Varmevekslere	43
2.4.5	Tanker	43
2.4.6	Matematiske funksjoner	44
2.4.7	Forriglinger	44
2.5	Norsk Standard NS 1438	46
2.6	Eksempel på industrielt teknisk flytskjema	46
2.7	Komponentkoder innen byggautomasjon	48
2.8	<i>Oppgaver til kapittel 2</i>	49
2.9	<i>Løsninger til kapittel 2</i>	50
3	Komponenter i reguleringssløyfer	53
3.1	Innledning	53
3.2	Automatiseringsutstyr	54
3.2.1	Innledning	54
3.2.2	Prosessregulatorer	55

3.2.3	Programmerbar logisk styringsenhet (PLS)	57
3.2.4	PAC-er	58
3.2.5	Distribuerte styresystemer (DCS)	58
3.2.6	Hjemmelagde automatiseringssystemer	62
3.2.6.1	PC med IO-enhet	62
3.2.6.2	Raspberry Pi	63
3.2.6.3	Arduino	64
3.3	Prosesser og prosessdynamikk	65
3.3.1	Prosesser	65
3.3.2	Prosessdynamikk	66
3.4	Sensorer	68
3.4.1	Innledning	68
3.4.2	Temperatursensorer	69
3.4.2.1	Motstandstermometer	69
3.4.3	Trykksensorer	71
3.4.4	Nivåsensorer	71
3.4.4.1	Ultrasonisk nivåsensor	72
3.4.4.2	Trykkbasert nivåmåling	72
3.4.5	Strømningssensorer	73
3.4.5.1	Strømningmåling med måleblende og dp-celle	73
3.4.5.2	Ultrasonisk strømningssensor	75
3.4.5.3	Coriolis strømningssensor	75
3.4.5.4	Termisk strømningssensor	77
3.4.6	Posisjonssensorer	78
3.4.6.1	Kodeskive	78
3.4.7	Hastighetssensorer	80
3.5	Signalbehandling av målesignaler	81
3.5.1	Analoge målesignaler	81
3.5.2	Strømsløyfe	81
3.5.3	Analog-digitalomsetting	82
3.5.3.1	Prinsippet for AD-omsetting	82
3.5.3.2	Oppløsning	83
3.5.4	Skalering av målesignaler	85
3.5.5	Målefiltere	87
3.5.5.1	Innledning	87
3.5.5.2	Middelverdifilter	88
3.5.5.3	EWMA-filter	89
3.5.5.4	Tidskonstantfilter	92
3.5.5.5	Analogt filter	93
3.6	Pådragsorganer	93
3.6.1	Innledning	93
3.6.2	Ventiler	94
3.6.2.1	Oppbygning og virkemåte	94
3.6.2.2	Ventillikning og ventilkarakteristikk	95
3.6.3	Pumper	97
3.6.4	Elektriske motorer	98
3.6.4.1	AC-motor	98
3.6.4.2	DC-motorer	99
3.6.5	Varmeelementer	99
3.7	Signalbehandling av pådragssignal	101
3.7.1	Skalering av pådragssignal	101

3.7.2	Digital-analogomsetting	102
3.7.3	Pulsebreddemodulering	103
3.7.4	Strøm-spenningsomsetting	105
3.8	Regulatorer - oversikt	105
3.9	Av/på-regulator	106
3.9.1	Basis av/på-regulator	106
3.9.2	Av/på-regulator med dødbånd	108
3.10	PID-regulator	111
3.10.1	Tidskontinuerlig PID-regulator	111
3.10.2	PID-parametrene	112
3.10.3	Spesialtilfeller av PID-regulatoren (P, PI, PD)	112
3.10.4	Tidsdiskret PID-regulator og dens virkemåte	113
3.10.4.1	Overordnet algoritme	113
3.10.4.2	P-leddet, u_p	113
3.10.4.3	I-leddet, u_i	114
3.10.4.4	D-leddet, u_d	115
3.10.4.5	Det totale PID-pådragssignalet	116
3.10.4.6	PID-algoritme klar til programmering	116
3.10.5	Alternative parameteriseringer av PID-regulatoren	118
3.10.6	P-spark og D-spark	119
3.10.6.1	P-spark	120
3.10.6.2	D-spark	121
3.10.7	Integratorbegrensning (anti-windup)	122
3.10.8	Støtfri omkopling mellom manuell og automatisk modus	126
3.11	Oppgaver til kapittel 3	126
3.12	Løsninger til kapittel 3	134
4	Innstilling av PID-regulatorer	143
4.1	Innledning	143
4.2	Revers- og direktevirkning i regulatoren	144
4.2.1	Innledning	144
4.2.2	Hva er reversvirkning og direktevirkning?	144
4.2.3	Hvordan velge mellom revers- og direktevirkning	144
4.3	Ziegler-Nichols-metoden	147
4.3.1	Innledning	147
4.3.2	Ziegler-Nichols-eksperimentet og PID-formlene	148
4.3.3	Relaxed Ziegler-Nichols PI-innstilling	151
4.4	Kvasi Ziegler-Nichols-metode	153
4.5	Relémetoden	154
4.6	Good Gain-metoden	157
4.7	Prosessresponsmetoden	159
4.8	Ziegler-Nichols' åpen sløyfe-metode	164
4.9	Autotuning	165
4.10	PID-innstilling ved varierende prosessdynamikk	165
4.10.1	Innledning	165
4.10.2	PID-parameterstyring	166
4.10.3	Adaptiv regulering	170
4.11	Oppgaver til kapittel 4	171
4.12	Løsninger til kapittel 4	176
5	Reguleringsstrukturer	179
5.1	Kaskaderegulering	179

5.2	Forholdsregulering	185
5.3	Split-range-regulering	186
5.4	Midlende nivåregulering	188
5.4.1	Motivasjon og eksempler	188
5.4.2	Innstilling av PI-regulator for midlende nivåregulering	189
5.5	Reguleringsstruktur for en prosesslinje	192
5.6	<i>Oppgaver til kapittel 5</i>	196
5.7	<i>Løsninger til kapittel 5</i>	201
6	Logisk og sekvensiell styring	207
6.1	Innledning	207
6.2	Standarden IEC 61131-3 for PLS-programmering	207
6.2.1	PLS-programmeringsspråk	207
6.2.2	Programenheter	208
6.2.3	Identifikatorer	209
6.2.4	Datatyper	209
6.2.5	Navnerom	210
6.2.6	Codesys	210
6.3	Grunnleggende logikk	211
6.3.1	Logiske verdier	211
6.3.2	Logiske funksjoner	211
6.3.2.1	Innledning	211
6.3.2.2	AND-funksjonen	211
6.3.2.3	OR-funksjonen	213
6.3.2.4	NOT-funksjonen	214
6.3.3	Sammensatte logiske funksjoner	215
6.3.4	Utvalgte PLS-funksjonsblokker: Teller, timer og SR-vippe	216
6.3.4.1	Tellerfunksjonsblokk (counter)	216
6.3.4.2	Tidsfunksjonsblokk (timer)	217
6.3.4.3	Set/reset-funksjonsblokk	219
6.4	PID-regulering i PLS-er	220
6.5	Sekvensiell styring	221
6.6	<i>Oppgaver til kapittel 6.5</i>	226
6.7	<i>Løsninger til kapittel 6.5</i>	227

II MODELLERING OG SIMULERING AV DYNAMISKE SYSTEMER 231

7	Mekanistisk modellering av dynamiske systemer	233
7.1	Innledning	233
7.2	Modellering av materialsystemer	235
7.3	Modellering av termiske systemer	237
7.4	Modellering av bevegelsessystemer	239
7.4.1	Systemer med translatorisk bevegelse	239
7.4.2	Systemer med roterende bevegelse	241
7.4.3	Systemer med både translatorisk og roterende bevegelse	242
7.5	Elektriske systemer	244
7.5.1	Ohms lov	244
7.5.2	Effekt	245
7.6	<i>Oppgaver til kapittel 7</i>	246
7.7	<i>Løsninger til kapittel 7</i>	249

8	Modellblokkdiagrammer	253
8.1	Innledning	253
8.2	Modellblokker	253
8.3	Hvordan tegne modellblokkdiagrammer	253
8.4	Simulering av modellblokkdiagrammer	256
8.5	<i>Oppgaver til kapittel 8</i>	256
8.6	<i>Løsninger til kapittel 8</i>	257
9	Tilstandsrommodeller	259
9.1	Innledning	259
9.2	Tilstandsrommodellens standardform	259
9.3	Fra 2. ordens differensiallikning til 2. ordens tilstandsrommodell	260
9.4	Responen fra en tilstandsrommodell	262
9.4.1	Dynamisk respons	262
9.4.2	Statisk respons	262
9.4.3	Simulering av tilstandsrommodeller	264
9.5	Lineære tilstandsrommodeller	264
9.6	Simulering av lineære tilstandsrommodeller	265
9.7	Linearisering av ulineære modeller	266
9.7.1	Når er det behov for å linearisere?	266
9.7.2	Lineariseringsformler	266
9.8	<i>Oppgaver til kapittel 9</i>	270
9.9	<i>Løsninger til kapittel 9</i>	272
10	Simuleringsalgoritmer	275
10.1	Hvorfor simulere?	275
10.2	Simuleringsalgoritme for differensiallikninger	275
10.2.1	Innledning	275
10.2.2	Simuleringsalgoritme basert på Eulers forovermetode	276
10.2.3	Hvordan teste simulatoren?	286
10.2.3.1	Statisk test av simulatoren	286
10.2.3.2	Dynamisk test av simulatoren	287
10.2.4	Hvordan velge simulatorens tidsskritt?	288
10.2.5	Simulering av 2. ordens differensiallikning	289
10.3	Simuleringsalgoritme for en tidsforsinkelse	291
10.4	<i>Oppgaver til kapittel 10</i>	293
10.5	<i>Løsninger til kapittel 10</i>	295
11	Transferfunksjoner	301
11.1	Innledning	301
11.2	Hvordan finne transferfunksjonen fra en differensiallikning	301
11.3	Karakterisering av transferfunksjoner	304
11.4	Kombinasjon av transferfunksjoner i blokkdiagrammer	304
11.5	Hvordan beregne responser for transferfunksjonsmodeller	305
11.6	Statisk transferfunksjon og statisk respons	307
11.7	Simulering av transferfunksjoner	307
11.8	Fra transferfunksjon til differensiallikning	308
11.9	Fra tilstandsrommodell til transferfunksjon	309
11.9.1	Beregning av transferfunksjonen fra differensiallikningene	309
11.9.2	En formel for transferfunksjonen	309
11.10	<i>Oppgaver til kapittel 11</i>	311
11.11	<i>Løsninger til kapittel 11</i>	313

12 Prosessdynamikk	317
12.1 Innledning	317
12.2 Integratordynamikk	317
12.2.1 Integrallikning og differensiallikning	317
12.2.2 Blokkdiagram	317
12.2.3 Transferfunksjon	318
12.2.4 Sprangrespons	318
12.3 Tidskonstantdynamikk	321
12.3.1 Differensiallikning	321
12.3.2 Blokkdiagram	321
12.3.3 Transferfunksjon	321
12.3.4 Sprangrespons	322
12.3.5 Sprangrespons ut fra et annet arbeidspunkt enn null	325
12.4 Tidsforsinkelse	325
12.4.1 Modell	325
12.4.2 Respons	326
12.4.3 Transferfunksjon	327
12.4.4 Padéapproksimasjon til tidsforsinkelse	327
12.5 Tidskonstant + tidsforsinkelse + prosessforstyrrelse	328
12.5.1 Modell	328
12.5.2 Sprangrespons	328
12.6 2. ordens systemer	330
12.6.1 Matematisk modell	330
12.6.2 Klassifisering av 2. ordens systemer	332
12.6.3 Overdempet system	332
12.6.4 Kritisk dempet system	332
12.6.5 Underdempet system	333
12.6.6 Udempet system	336
12.6.7 Ustabilt system	336
12.7 Seriekoblede dynamiske systemer	336
12.8 Oppgaver til kapittel 12	337
12.9 Løsninger til kapittel 12	341
13 Modelltilpassing av dynamiske modeller	347
13.1 Innledning	347
13.2 Modelltilpassing som optimeringsproblem	347
13.3 Hvis du skal velge beste modell blant flere modellkandidater	349
13.4 Husk god eksitasjon!	349
13.5 Modelltilpassing med brute force-metoden	351
13.5.1 Prinsippet for optimering med brute force-metoden	351
13.5.2 Implementering med brute-funksjonen i Python	353
13.6 Kontinuerlig parameterestimering	356
13.7 Modelltilpassing med nevral nettverk	357
13.7.1 Innledning	357
13.7.2 Hva er nevrale nettverk?	358
13.7.3 Modellering av dynamiske systemer med nevrale nettverk	360
13.8 Oppgaver til kapittel 13	362
13.9 Løsninger til kapittel 13	365

III	SIMULERING OG ANALYSE AV REGULERINGSYSTEMER	369
14	Simulering av reguleringssystemer	371
14.1	Innledning	371
14.2	Simulering med Python	372
14.3	Simulering med OpenModelica	373
14.4	Simulering med Codesys	375
14.5	<i>Oppgaver til kapittel 14</i>	378
14.6	<i>Løsninger til kapittel 14</i>	380
15	Beregning av statiske responser i reguleringssystemer	383
15.1	Innledning	383
15.2	Analyse under statiske forhold	383
15.3	Analyse ved rampeformet referanse	386
15.4	<i>Oppgaver til kapittel 15</i>	389
15.5	<i>Løsninger til kapittel 15</i>	389
16	Transferfunksjonsmodeller av reguleringssystemer	391
16.1	Innledning	391
16.2	Transferfunksjonsmodell av reguleringssystem	391
16.2.1	Modellblokkdiagram av reguleringssystemet	391
16.2.2	PID-regulatorens transferfunksjon	392
16.2.3	Prosesstransferfunksjoner	393
16.2.4	Følgetransferfunksjonen	393
16.2.5	Sensitivitetstransferfunksjonen	394
16.3	Simulering med transferfunksjonsmodeller av reguleringssystemer	397
16.4	<i>Oppgaver til kapittel 16</i>	397
16.5	<i>Løsninger til kapittel 16</i>	398
17	Frekvensresponsanalyse av reguleringssystemer	401
17.1	Innledning	401
17.2	Frekvensresponsanalyse av dynamiske systemer	402
17.2.1	Definisjon av frekvensresponsen	402
17.2.2	Bodediagram	403
17.2.3	Hvordan beregne frekvensresponse fra transferfunksjon	405
17.2.4	Filtere	407
17.2.4.1	Filtertyper	407
17.2.4.2	Første ordens lavpassfilter – tidskonstantfilter	409
17.3	Frekvensresponsanalyse av reguleringssystemer	410
17.3.1	Innledning	410
17.3.2	Frekvensresponsanalyse av referansefølging	411
17.3.3	Frekvensresponsanalyse av forstyrrelseskompensering	415
17.4	<i>Oppgaver til kapittel 17</i>	416
17.5	<i>Løsninger til kapittel 17</i>	420
18	Stabilitetsanalyse av dynamiske systemer og reguleringssystemer	425
18.1	Innledning	425
18.2	Eksperimentell stabilitetsanalyse av reguleringssystemer	425
18.2.1	Stabilitetsegenskaper	425
18.2.2	Årsaker til stabilitetsproblemer - og botemidler	427
18.2.2.1	Innledning	427
18.2.2.2	Økning av sløyfeforsterkningen	428

18.2.2.3	Økning av tidsforsinkelsen i reguleringsløyfen	430
18.2.2.4	Økning av tidskonstanten i sløyfen	431
18.2.3	Eksperimentell forsterkningsmargin (GM) og fasemargin (PM)	431
18.3	Stabilitetsanalyse av dynamiske systemer basert på polplassering	435
18.3.1	Innledning	435
18.3.2	Stabilitetsegenskaper definert ut fra impulsrespons	435
18.3.3	Stabilitetsegenskaper og poler	436
18.3.3.1	Sammenhengen mellom impulsrespons og transferfunksjon	436
18.3.3.2	Stabilitetsanalyse av systemer med én pol	437
18.3.3.3	Stabilitetsanalyse av systemer med flere poler	439
18.3.4	Stabilitetsanalyse av tilstandsrommodeller	442
18.4	Stabilitetsanalyse av reguleringsløyfer basert på polplassering	443
18.5	Stabilitetsanalyse av reguleringsløyfer basert på frekvensrespons	446
18.5.1	Nyquists stabilitetskriterium	446
18.5.2	Stabilitetsmarginer	451
18.5.3	Stabilitetsanalyse i Bodediagram	453
18.6	Oppgaver til kapittel 18	456
18.7	Løsninger til kapittel 18	461

IV TIDSDISKRETE SYSTEMER 469

19 Tidsdiskrete modeller 471

19.1	Innledning	471
19.2	Differenslikninger	471
19.3	Beregning av responser fra differenslikninger	472
19.4	Tidsdiskrete tilstandsrommodeller	472
19.4.1	Ulineære tidsdiskrete tilstandsrommodeller	472
19.4.2	Lineære tidsdiskrete tilstandsrommodeller	473
19.4.3	Diskretisering av tidskontinuerlige tilstandsrommodeller	473
19.5	$\mathcal{Z}$ -transformasjonen	474
19.6	z -transferfunksjoner	474
19.6.1	Fra differenslikning til transferfunksjon	474
19.6.2	Poler og nullpunkter	475
19.6.3	Fra transferfunksjon til differenslikning	475
19.6.4	Hvordan beregne tidsresponser for transferfunksjon	476
19.6.5	Statisk transferfunksjon og statisk respons	476
19.6.6	Diskretisering av s -transferfunksjon	477
19.6.6.1	ZOH-diskretisering	478
19.6.6.2	Diskretisering basert på tilnærming til tidsderivate i differensiallikningen	479
19.7	Oppgaver til kapittel 19	480
19.8	Løsninger til kapittel 19	483

20 Stabilitetsanalyse av tidsdiskrete systemer 489

20.1	Innledning	489
20.2	Definisjon av stabilitetsegenskaper ut fra impulsrespons	489
20.3	Stabilitetsanalyse basert på polplassering	490
20.4	Stabilitetsanalyse av tidsdiskrete tilstandsrommodeller	492
20.5	Stabilitetsanalyse av tidsdiskrete tilbakekoblede systemer	494
20.5.1	Stabilitetsanalyse basert på polplassering	494
20.5.2	Stabilitetsanalyse basert på frekvensrespons	495

20.6	<i>Oppgaver til kapittel 20</i>	495
20.7	<i>Løsninger til kapittel 20</i>	497
V	TILSTANDESTIMERING	499
21	Stokastiske signaler	501
21.1	Innledning	501
21.2	Hvordan karakterisere stokastiske variabler	501
21.2.1	Symbolbruk	501
21.2.2	Realiseringer av stokastiske variabler	501
21.2.3	Sannsynlighetsfordeling til stokastiske variabler	502
21.2.4	Forventningsverdi og middelvei	503
21.2.5	Varians og standardavvik	503
21.2.6	Autokovarians og krysskovarians	504
21.3	Hvit og farget støy	505
21.3.1	Hvit støy	505
21.3.2	Farget støy	506
21.4	Hvordan middelvei og autokovarians endres gjennom systemer	507
21.4.1	Innledning	507
21.4.2	Endring av middelvei og autokovarians gjennom statiske systemer	508
21.4.3	Endring av middelvei og varians gjennom dynamiske systemer	509
21.5	<i>Oppgaver til kapittel 21</i>	510
21.6	<i>Løsninger til kapittel 21</i>	512
22	Kalmanfilter	517
22.1	Innledning	517
22.2	Prinsippet for Kalmanfilteret	518
22.3	Observerbarhet	519
22.4	Kalmanfilteret	522
22.4.1	Prosessmodellen	522
22.4.2	Kalmanfilteret gir et optimalt tilstandsestimat	523
22.4.3	Kalmanfilteralgoritmen	524
22.4.3.1	Blokkdiagram av Kalmanfilteret	524
22.4.3.2	Forenklet notasjon	524
22.4.3.3	Kalmanfilteralgoritmen trinn for trinn	525
22.4.4	Stasjonært Kalmanfilter	527
22.5	Justering av Kalmanfilteret	528
22.6	Estimering av parametre og prosessforstyrrelser med Kalmanfilter	529
22.7	Kalmanfiltrering hvis prosessmålingen har falt ut	535
22.8	<i>Oppgaver til kapittel 22</i>	536
22.9	<i>Løsninger til kapittel 22</i>	537
VI	MODELLBASERT REGULERING	543
23	Hvordan teste et modellbasert reguleringsystems robusthet?	545
23.1	<i>Oppgaver til kapittel 23</i>	546
23.2	<i>Løsninger til kapittel 23</i>	548
24	Foroverkopling	549
24.1	Innledning	549
24.2	Strukturen til reguleringsystem med foroverkopling	549

24.3	Utvikling av foroverkopplere fra differensiallikningsmodeller	551
24.4	Utvikling av foroverkopplere fra transferfunksjonsmodeller	553
24.5	<i>Oppgaver til kapittel 24</i>	556
24.6	<i>Løsninger til kapittel 24</i>	559
25	Modellbasert PID-innstilling	563
25.1	Innledning	563
25.2	PID-innstilling med SIMC-metoden	563
25.2.1	Grunnlaget for SIMC-metoden	563
25.2.2	Innstilling av PI-regulator for «integrator med tidsforsinkelse»-prosess . .	565
25.2.2.1	Matematisk modell og prosessdynamikk	565
25.2.2.2	Regulatorinnstilling	566
25.2.3	Innstilling av PI-regulator for «integrator»-prosess	568
25.2.4	Innstilling av PI-regulator for «tidskonstant med tidsforsinkelse»-prosess	573
25.2.4.1	Matematisk modell og prosessdynamikk	573
25.2.4.2	Innstilling av PI-regulator	573
25.2.5	Innstilling av PID-regulator for «dobbelintegrator»-prosess	574
25.2.5.1	Matematisk prosessmodell	574
25.2.5.2	Regulatorinnstilling	575
25.3	<i>Oppgaver til kapittel 25</i>	577
25.4	<i>Løsninger til kapittel 25</i>	578
26	LQ-regulering	581
26.1	Innledning	581
26.2	LQ-regulatoren	582
26.3	LQ-regulator med integrator	591
26.4	LQ-regulering av ulineær prosess	593
26.5	<i>Oppgaver til kapittel 26</i>	594
26.6	<i>Løsninger til kapittel 26</i>	595
27	Modell-prediktiv regulering (MPC)	599
27.1	Innledning	599
27.2	MPC-reguleringssystemets struktur	600
27.3	MPC + PID	601
27.4	MPC-ens virkemåte	602
27.5	MPC-ens objektfunksjon og optimeringsproblem	604
27.6	Pådragsgruppering	606
27.7	Hvordan stille inn en MPC-regulator	606
27.8	<i>Oppgaver til kapittel 27</i>	611
27.9	<i>Løsninger til kapittel 27</i>	611
VII	VEDLEGG	613
A	En samling av enkle prosessmodeller	615
A.1	Innledning	615
A.2	Flistank	615
A.3	Buffertank	617
A.4	Vanntank med varmeelement	618
A.5	Luftvarmer	620
A.6	Vannkoker	622
A.7	Likestrømsmotor	625

A.8	Skip	626
A.9	Elbil	628
A.10	Pendel på vogn	631
A.11	Inneklimasystem	634
B	Laplacetransformasjonen	637
B.1	Definisjon av Laplacetransformasjonen	637
B.2	Laplacetransformpar	637
B.3	Egenskaper til Laplacetransformasjonen	638
C	$\mathcal{Z}$-transformasjonen	639
C.1	Definisjon av $\mathcal{Z}$ -transformasjonen	639
C.2	$\mathcal{Z}$ -transformpar	639
C.3	Egenskaper til $\mathcal{Z}$ -transformasjonen	639
D	Lynkurs i objekt-orientert programmering	641
D.1	Innledning	641
D.2	Hvordan programmere med OOP	642
D.3	Plassering av klassedefinisjonen i en modul	645
	Bibliografi	647
	Register	649