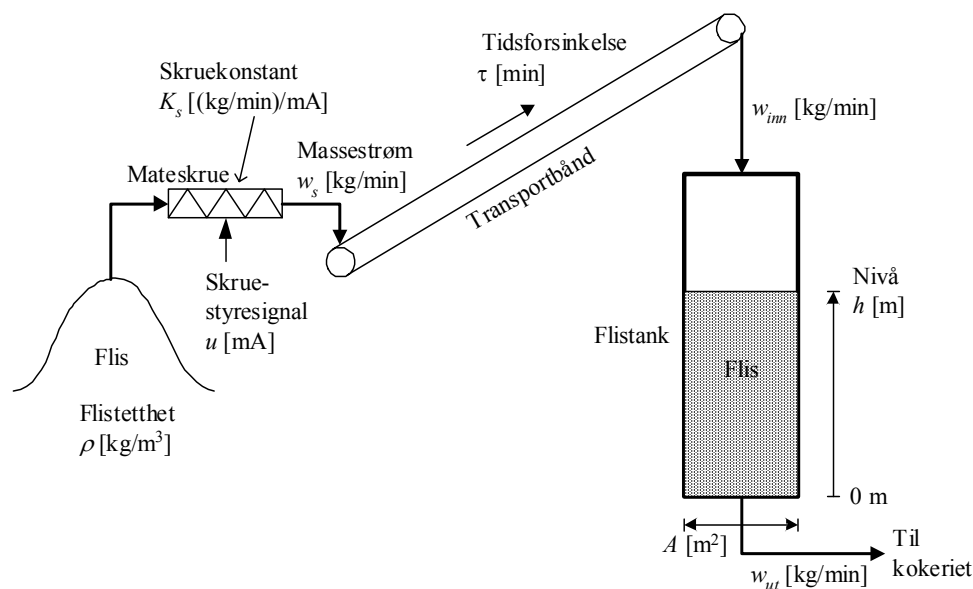


EMAR2101 Reguleringsystemer 1: Øving 1

Oppgave 1: Matematisk modellering av flistank

Figur 1 viser en flistank med mateskrue og transportbånd (båndet går med konstant hastighet).¹ Det er forbruk av flis fra bunnen av tanken.



Figur 1:

Massestrømmen w_s fra mateskruen til båndet antas å være proporsjonal med skruestyresignalet u :

$$w_s = K_s u \quad (1)$$

Massestrømmen w_{inn} inn til flistanken antas å være lik w_s tidsforsinket tiden τ :

$$w_{inn}(t) = w_s(t - \tau) \quad (2)$$

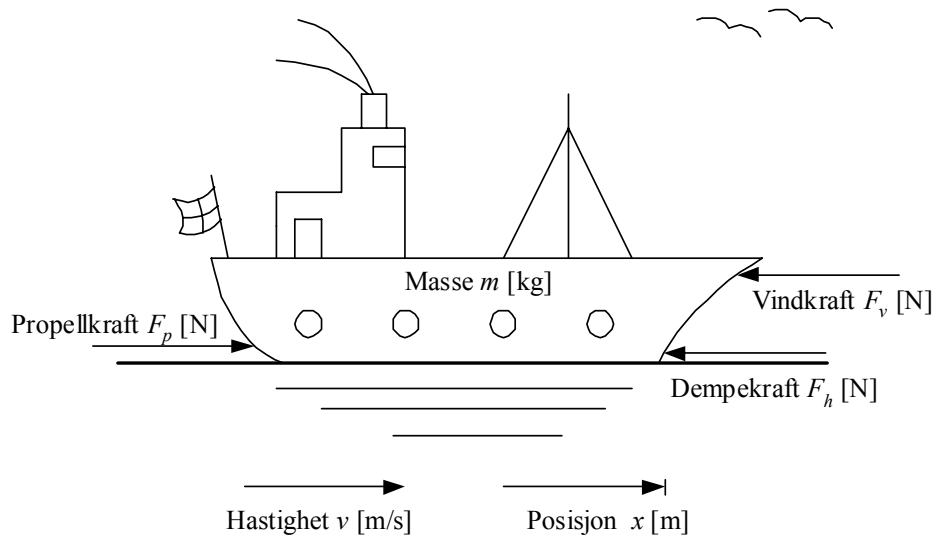
1. Utvikle en matematisk modell for flisnivået.

¹En slik flistank står i begynnelsen av prosessstrengen i papirmassefabrikken ved Södra Cell Tofte. Flisnivået blir regulert av en nivåregulator, slik at nivået holder seg nær en nivåreferanse tross forbruk av flis. Flistankens reguleringsystem er et gjennomgående eksempel i boken *Praktisk reguleringssteknikk* (Tapir Akademisk Forlag).

2. Tegn et (overordnet) inn-ut-blokkdiagram for systemet. Definer selv inngangs- og utgangsvariablene. Anta at vi er spesielt interessert i (responsen i) flisnivået.
3. Tegn et detaljert matematisk blokkdiagram for modellen utviklet i deloppgave 1.

Oppgave 2: Matematisk modellering av skipsbevegelse

Figur 2 viser et skip. Vi ser bort fra vannstrømmens påvirkning av skipet.



Figur 2:

Vi antar at vinden påvirker skipet med kraften F_v (som egentlig er en funksjon av skipets hastighet, men vi går ikke inn på noen mer detaljert modellering av dette).

Den hydrodynamiske dempekraften F_h (bevegelsens dempning pga. vannet) antas å være proporsjonal med kvadratet av hastigheten v i kursretningen, som er foroverretningen (F_h antas å alltid virke mot bevegelsesretningen, selvsagt):

$$F_h = K_h |v|v = \text{sign}(v)K_h v^2 \quad (3)$$

der K_h er en konstant.

1. Hva er (den matematiske) sammenhengen mellom hastigheten v og posisjonen x ?

2. Utvikle en matematisk modell for fartøyets bevegelse i kursretningen (en differensiallikning for x).
3. Tegn et inn-ut-blokkdiagram for systemet. Definer selv inngangs- og utgangsvariablene. Anta at vi er spesielt interessert i (responsen i) skipets posisjon.

Oppgave 3: Tilstandsrommodell på matrise-vektor-form

Skriv følgende tilstandsrommodell på matrise-vektor-form:

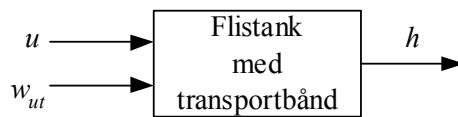
$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ 2\dot{x}_2 &= -2x_1 - 6x_2 + 4u_1 + 8u_2 \\ y &= 5x_1 + 6x_2 + 7u_1\end{aligned}\tag{4}$$

Løsning til oppgave 1

1. Siden det er tidsforsinkelse i systemet (pga. transportbåndet), er det viktig å ta med tidsargumentet t i modellikningene. Massebalansen blir

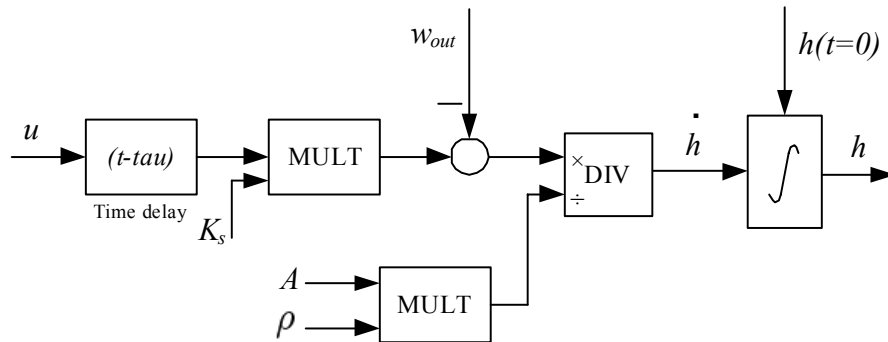
$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [\rho A h(t)] &= \underline{\underline{\rho A \dot{h}(t)}} = w_{inn}(t) - w_{ut}(t) \\ &= w_s(t - \tau) - w_{ut}(t) \\ &= \underline{\underline{K_s u(t - \tau) - w_{ut}(t)}} \end{aligned} \quad (5)$$

2. Figur 3 viser det overordnede blokkdiagrammet.



Figur 3:

3. Figur 4 viser det matematiske blokkdiagrammet (det er andre måter å tegne blokkdiagrammet på også).



Figur 4:

Løsning til oppgave 2

1. Sammenhengen mellom hastighet v og posisjon x er

$$\underline{\underline{\dot{x} = v}} \quad (6)$$

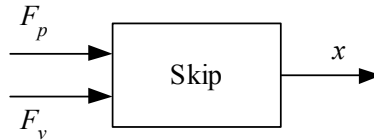
2. Kraftbalanse:

$$m\dot{v} = F_p - F_h - F_v = F_p - K_d|v|v - F_v \quad (7)$$

som med $\dot{x} = v$ innsatt, kan skrives

$$\underline{\underline{m\ddot{x} = F_p - K_d|\dot{x}|\dot{x} - F_v}} \quad (8)$$

3. Vi betrakter F_p og F_v inngangsvariable og x som utgangsvariabel.
Figur 5 viser blokkdiagrammet.



Figur 5: Løsning ?? : Blokkdiagram for skipet

Løsning til oppgave 3

Først skriver vi modellen som tilstandsrommodell (1. ordens deriverte alene på venstre side):

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - 3x_2 + 2u_1 + 4u_2 \\ y &= 5x_1 + 6x_2 + 7u_1 \end{aligned} \quad (9)$$

Tilstandsrommodellen på matrise-vektor-form blir

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}}_{\underline{\dot{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{\underline{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}}_{\underline{u}} \quad (10)$$

og

$$\underbrace{y}_{\underline{y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 5 & 6 \end{bmatrix}}_C \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{\underline{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 7 & 0 \end{bmatrix}}_D \underbrace{\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}}_{\underline{u}} \quad (11)$$

eller kompakt:

$$\underline{\dot{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} \quad (12)$$

$$\underline{y} = C\underline{x} + D\underline{u} \quad (13)$$