

Høgskolen i Buskerud
Finn Haugen (finn.haugen@hibu.no)
23.9 2008

EMAR2101 Reguleringsystemer 1: Øving 2

Oppgave 1

I øving 1 ble den matematiske modellen for en flistank med transportbånd utledet. Modellen gjengis her:

$$\rho A \dot{h}(t) = K_s u(t - \tau) - w_{ut}(t) \quad (1)$$

Finn transferfunksjonen $H_1(s)$ fra styresignalet u til nivået h og transferfunksjonen $H_2(s)$ fra utstrømningen w_{ut} til nivået h . (For å Laplacetransformere tidsforsinkelsesuttrykket $u(t - \tau)$ må du bruke formel (B.3) i læreboka. Dvs. $\mathcal{L}\{u(t - \tau)\}$ blir $e^{-\tau s}u(s)$.)

Oppgave 2

Gitt transferfunksjonen

$$H(s) = \frac{s + 3}{s^2 + 3s + 2} \quad (2)$$

1. Av hvilken orden er transferfunksjonen?
2. Skriv opp transferfunksjonens karakteristiske likning.
3. Skriv opp transferfunksjonens karakteristiske polynom.
4. Finn transferfunksjonens poler og nullpunkter.
5. Angi transferfunksjonen på pol/nullpunktform.

Oppgave 3

Gitt en termisk prosess med transferfunksjonen $H_p(s)$ fra tilført effekt P til temperatur T :

$$T(s) = H_p(s)P(s) \quad (3)$$

der

$$H_p(s) = \frac{b_p}{s + a_p} \quad (4)$$

Transferfunksjonen fra temperaturen T til temperaturmålingen T_m er $H_m(s)$:

$$T_m(s) = H_m(s)T(s) \quad (5)$$

der

$$H_m(s) = \frac{b_m}{s + a_m} \quad (6)$$

a_p , b_p , a_m og b_m er parametre.

1. Tegn et transferfunksjonsblokkdiagram for systemet med P som inngangsvariabel og T_m som utgangsvariabel.
2. Finn transferfunksjonen fra P til T_m fra blokkdiagrammet du tegnet i deloppgave a.

Oppgave 4

Jf. oppgave 1 i denne øvingen. Transferfunksjonen fra w_{ut} til h er

$$\frac{h(s)}{w_{ut}(s)} = -\frac{1}{\rho A s} = H_2(s) \quad (7)$$

Anta at $w_{ut}(t)$ er et sprang fra 0 til W ved tiden $t = 0$. Hvilken respons i høyden h forårsaker dette spranget? Med andre ord: Finn $h(t)$. For å beregne svaret skal du bruke Laplaceregning og bruke passende uttrykk i vedlegg B i læreboka.

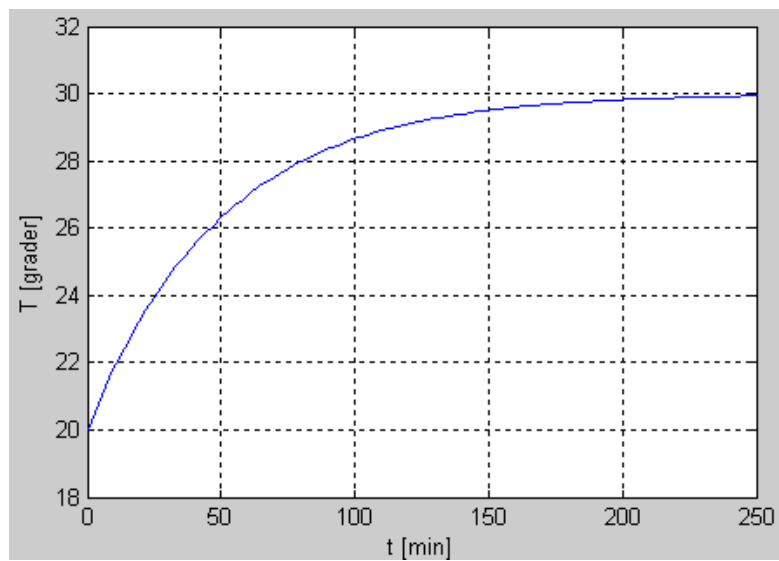
Oppgave 5

Finn forsterkningen og tidskonstanten i transferfunksjonen

$$H(s) = \frac{2}{4s + 5} \quad (8)$$

Oppgave 6

Figur 1 viser temperaturendringen ΔT i et termisk system forårsaket av en endring, ΔP , av tilført effekt i form av et sprang med høyde 1 kW ved tiden $t = 0$. Finn transferfunksjonen fra ΔP til ΔT når det antas at sammenhengen mellom ΔP og ΔT kan beskrives med en 1. ordens transferfunksjon (forsterkning og tidskonstant).



Figur 1:

Oppgave 7

Gitt en rørledning med lengde 0,5 meter og tverrsnittsareal $0,01 \text{ m}^2$ fylt av væske som strømmer med volumetrisk strømningshastighet $0,001 \text{ m}^3/\text{s}$. Finn tidsforsinkelsen som transporten gjennom rørledningen representerer.

Løsning til oppgave 1

Laplacetransformasjon av (1) gir

$$\rho A [sh(s) - h_0] = K_s e^{-\tau s} u(s) - w_{ut}(s) \quad (9)$$

der $e^{-\tau s}$ er transferfunksjonen for en tidsforsinkelse, jf. side 91 i læreboken. Ordning av (9) gir

$$h(s) = \frac{1}{s} h_0 + \underbrace{\frac{K_s}{\rho A s} e^{-\tau s} u(s)}_{H_1(s)} + \underbrace{\left(-\frac{1}{\rho A s}\right) w_{ut}(s)}_{H_2(s)} \quad (10)$$

Transferfunksjonene er altså

$$\underline{\underline{H_1(s) = \frac{K_s}{\rho A s} e^{-\tau s}}} \quad (11)$$

og

$$\underline{\underline{H_2(s) = -\frac{1}{\rho A s}}} \quad (12)$$

Løsning til oppgave 2

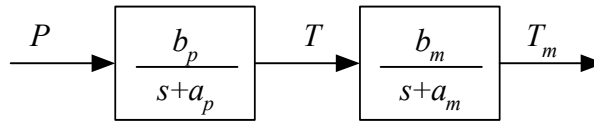
1. Orden: 2.
2. $s^2 + 3s + 2 = 0$
3. $s^2 + 3s + 2$
4. Polene er -1 og -2 . Nullpunktet er -3 .
- 5.

$$\underline{\underline{H(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)}}} \quad (13)$$

Løsning til oppgave 3

1. Figur 2 viser blokkdiagrammet.
2. Transferfunksjonen kan finnes ved å benytte seriekopplingsregelen:

$$\underline{\underline{H(s) = \frac{T_m(s)}{P(s)} = \frac{b_m}{s+a_m} \frac{b_p}{s+a_p}}} \quad (14)$$



Figur 2:

Løsning til oppgave 4

Den Laplacetransformerte av responsen blir

$$h(s) = H_2(s)w_{ut}(s) = -\frac{1}{\rho A s}w_{ut}(s) \quad (15)$$

Det er oppgitt at $w_{ut}(t)$ er et sprang fra 0 til W ved tiden $t = 0$. Ihht. (B.11) i læreboka er da

$$w_{ut}(s) = \frac{W}{s} \quad (16)$$

Dette innsatt i (15) gir

$$h(s) = -\frac{1}{\rho A s} \frac{W}{s} \quad (17)$$

Inverstransformasjon av denne $h(s)$ gir, jf. (B.12),

$$h(t) = -\frac{W}{\rho A}t \quad (18)$$

Altså en negativ rampe, dvs. at den konstante utstrømningen bidrar til en jevnt avtakende nivå. (Hvorvidt nivået faktisk avtar eller øker, er ikke bestemt av utstrømningen alene. Den totale responsen må beregnes ut fra den totale modellen (1), der både u og w_{ut} er uavhengige variable.)

Løsning til oppgave 5

Vi må sørge for at konstantleddet i nevnerpolynomet er 1 (da faller K og T på plass automatisk):

$$H(s) = \frac{2}{4s + 5} = \frac{2/5}{(4/5)s + 5/5} = \frac{0,4}{0,8s + 1} \quad (19)$$

Vi har da

$$\underline{\underline{K = 0,4 \text{ og } T = 0,8}} \quad (20)$$

Løsning til oppgave 6

Avlesning i figur 1 viser at $\Delta T = 30 \text{ K} - 20 \text{ K} = 10 \text{ K}$. Forsterkningen blir da

$$K = \frac{\Delta T}{\Delta P} = \frac{10 \text{ K}}{1 \text{ kW}} = 10 \frac{\text{K}}{\text{kW}} \quad (21)$$

Tidskonstanten leses av som 63%-stigetiden i figur 1 (tiden der temperaturen har nådd $20 \text{ grader} + 0,63 \cdot 10 \text{ grader} = 26,3 \text{ grader}$):

$$T_k = 50 \text{ min} \quad (22)$$

Transferfunksjonen blir da

$$\underline{\underline{\frac{\Delta T(s)}{\Delta P(s)} = \frac{10}{50s + 1} \frac{\text{K}}{\text{kW}}}} \quad (23)$$

Kommentar: For systemer med en ulineær modell og for systemer der vi i utgangspunktet ikke har noen modell, kan vi bruke transferfunksjoner (som er en lineær modell), til å uttrykke sammenhengen mellom variasjoner (endringer) av en gitt inngangsvariabel og tilsvarende variasjoner (endringer) av en gitt utgangsvariabel. Med andre ord, transferfunksjoner er en modellform som uttrykker systemets dynamiske egenskaper omkring (nær) et arbeidspunkt.

Løsning til oppgave 7

Tidsforsinkelsen er

$$\underline{\underline{\tau}} = \frac{AL}{q} = \frac{0,01 \text{ m}^2 \cdot 0,5 \text{ m}}{0,001 \text{ m}^3/\text{s}} = \underline{\underline{5 \text{ s}}} \quad (24)$$