Høgskolen i Buskerud
Finn Haugen (finn.haugen@hibu.no)
24.9 2008

SEKY3322 Kybernetikk 3: Øving 5

Oppgave 1

Linearize the following non-linear state-space model:

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= x_1(k) + a x_2^2(k) && (1) \\ x_2(k+1) &= b x_2(k) + c x_2(k) u_1(k) && (2) \\ y_1(k) &= x_1(k) && (3) \end{aligned}$$

That is, find the system matrices A, B, C, and D of the following local, linear state-space model:

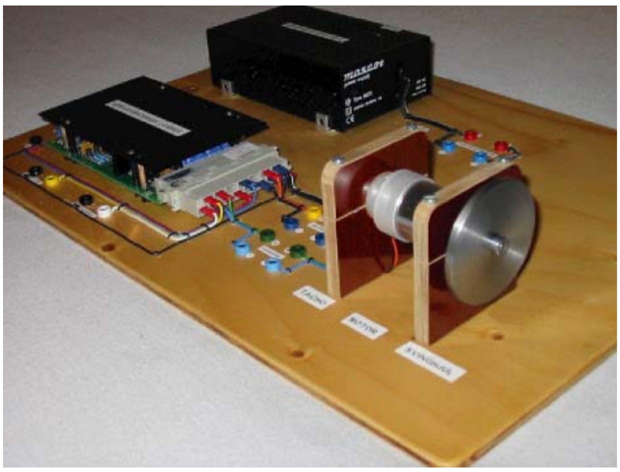
$$\Delta x(k+1) = A\Delta x(k) + B\Delta u(k) \tag{4}$$

$$\Delta y(k) = C\Delta x(k) + D\Delta u(k) \tag{5}$$

Oppgave 2

Denne oppgaven er en tjuvstart på en prosjektoppgave som kommer senere i høstsemesteret.

Figur 1 viser en likestrømsmotor.



Figur 1: Likestrømsmotor

Anta at motorens matematiske modell er på formen (Laplacetransformert modell)

$$y(s) = \frac{1}{T_m s + 1}[K_m u(s) \ + \ L(s)] \tag{6}$$

der y [V] er hastighetsmålingen fra tachometeret som er påmontert motorakslingen, u [V] er styresignalet til motoren, og L [V] er en variabel som tilsvarer (er proporsjonal) med lastmomentet på motoren. (L har her enhet volt. Vi bryr oss ikke her om hvilket moment i enhet Nm som L i volt tilsvarer.) K_m og T_m er konstante parametre som vi antar at vi kjenner verdiene av nokså nøyaktig. Modellen er en "black-box"-modell av motoren, og den gir et brukbart uttrykk for motorens dynamiske egenskaper. (Hadde vi satt opp en modell basert på mekaniske og elektriske forhold, ville vi fått en modell som under vanligvis akseptable forutsetninger kan omformes til en modell på formen angitt ovenfor.)

Skriv opp Kalmanfilterlikningene i detalj for estimering av hastigheten og lastmomentet (begge kan være i enhet V). Lastmomentet antas å være stort sett konstant (men altså ukjent). (Det forventes ikke at du setter opp likningene for beregning av Kalmanfilterforsterkningen.)

Løsning til oppgave 1

We define the functions f_1, f_2, and g_1 as follows:

$$x_1(k+1) = \underbrace{x_1(k) + 2ax_2(k)}_{f_1} \tag{7}$$

$$x_2(k+1) = \underbrace{bx_2(k) + cx_2(k)u_1(k)}_{f_2} \tag{8}$$

$$y_1(k) = \underbrace{x_1(k)}_{g_1} \tag{9}$$

The system matrices of the linear model:

$$A = \left.\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}\right|_{\text{op}} = \left.\begin{bmatrix} 1 & ax_2(k) \\ 0 & b + cu_1(k) \end{bmatrix}\right|_{\text{op}} \tag{10}$$

$$B = \left.\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} \end{bmatrix}\right|_{\text{op}} = \left.\begin{bmatrix} 0 \\ cx_2(k) \end{bmatrix}\right|_{\text{op}} \tag{11}$$

$$C = \left.\begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1}{\partial x_2} \end{bmatrix}\right|_{\text{op}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$D = \left.\begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} \end{bmatrix}\right|_{\text{op}} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \tag{13}$$

where "op" means values of the variables calculated at the operating point.

Løsning til oppgave 2

Siden denne oppgaven er første del av en prosjektoppgave som kommer senere i høst, vil jeg ikke oppgi hele løsningen. Men her er noen hint:

- Omform den Laplace-baserte motormodellen til en differensiallikning, som du så kan skrive som en tilstandsrommodell.
- Innfør en augmentert tilstandsvariabel, la oss si x_1, som representerer lastmomentet (som skal estimeres).
- Skriv opp den totale (augmenterte) tidskontinuerlige tilstandsrommodellen.
- Diskretiser den totale tilstandsrommodellen.
- Skriv opp Kalmanfilterlikningene for estimering av hastigheten og lastmomentet.

Hvis du står bom fast, kan du be om enda flere hint, eller høre med naboen om det er noen tips å få...